

Aritmética de ponto flutuante

Walter F. Mascarenhas

Agosto de 2007

1 Introdução

Esta nota contém exercícios sobre aritmética de ponto flutuante. Cada exercício é um programa curto que você deve implementar na sua linguagem preferida usando os tipos float e double (ou as versões deles que a sua linguagem implementar). Em cada exercício você deverá escrever a função (ou funções) sugeridas e acompanhar a execução delas com um depurador e analisar os resultados.

Durante esse curso não teremos tempo para nos aprofundar sobre aritmética de ponto flutuante. Ficaremos nos aspectos básicos discutidos no livro [1]. Para uma visão mais aprofundada você pode consultar [2] ou a página do prof. W. Kahan, da universidade de Berkeley:

<http://www.cs.berkeley.edu/~wkahan>.

O prof. Kahan é A Autoridade no assunto e na página dele há vários artigos interessantes (além dele ser uma das pessoas mais brilhantes que eu conheço.) Há ainda o artigo "What every computer scientist should know about floating point arithmetic", disponível em

<http://www.validlab.com/goldberg/paper.pdf>.

Aqui estão os exercícios.

1. Calculando somas. Verifique que a soma depende da ordem e que para soma com muitos termos somar do maior para o menor ou vice versa faz diferença. Implemente o algoritmo de soma de Kahn, descrito em

http://en.wikipedia.org/wiki/Kahan_summation_algorithm

e compare a precisão dele com outros algoritmos mais simples para avaliação da soma

$$s = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

2. Cálculo aproximado de derivadas. Analise o efeito do tamanho do Δx ao calcular as duas aproximações para a derivada

$$f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \text{e} \quad f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x} \quad (1)$$

para a função $f(x) = \sin x$ e $x = 1$. Implemente essas fórmulas usando `doubles` e `floats` e avalie as derivadas e suas aproximações para $\Delta x = 2^{-i}$ para $i = 10, \dots, 60$. (Se o seu compilador permitir, use também `long double`.) Compare a precisão das duas fórmulas em (1) para vários valores de Δx .

3. Calculando a área de triângulos pontiagudos, segundo o artigo

<http://http.cs.berkeley.edu/~wkahan/Triangle.pdf>

A fórmula de Heron para calcular a área de um triângulo de lados a , b e c é

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad \text{para } s = \frac{a+b+c}{2} \quad (2)$$

Porém, segundo o prof. Kahan, é melhor ordenar os lados, de modo que $a \geq b \geq c$, e calcular a área como

$$\Delta = \frac{1}{4} \sqrt{(a+(b+c))(c-(a-b))(c+(a-b))(a+(b-c))} \quad (3)$$

(prestando atenção nos parênteses). Faça funções para avaliar essas fórmulas usando `double float` e `long double` e use-as para replicar a tabela na página 4 do artigo acima.

Muita gente considera esse exemplo paranóico e diz que o prof. Kahan exagera nos detalhes. O que você acha? O que você acha que eu acho?

Referências

- [1] G. Golub and C. Van Loan, Matrix computations, terceira edição, The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [2] D. Knuth, The art of computer programming, vol 2. terceira edição, Addison Wesley, 1981. physiological features of tissues