

Na aula de 24 de maio, provamos que se  $T_n$  são operadores limitados em um espaço de Hilbert  $H$  e se, para todo  $x$  e para todo  $y$  em  $H$ , existe o limite  $\lim_n \langle x, T_n y \rangle$ , então existe  $T : H \rightarrow H$  linear tal que,  $\forall x, y, \lim_n \langle x, T_n y \rangle = \langle x, T y \rangle$ . Faltou provar que  $T$  é contínua.

Note que a sequência  $T_n^*$  também satisfaz a hipótese. Logo existe  $S : H \rightarrow H$  linear tal que,  $\forall x, y, \lim_n \langle x, T_n^* y \rangle = \langle x, S y \rangle$ . Tomando o limite na igualdade  $\langle x, T_n^* y \rangle = \langle T_n x, y \rangle$ , segue que  $S$  e  $T$  satisfazem as hipóteses do Problema 2. Logo, são contínuas.