

MAT0450 - SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

IME-USP, 1º SEMESTRE DE 2013

SEGUNDA LISTA

- (1) Dado um ponto P no interior de um triângulo equilátero, sejam x , y e z as distâncias de P aos lados do triângulo. Mostre que o valor da soma $x+y+z$ não depende da escolha do ponto P .

DICA: Tente descobrir o valor da soma considerando exemplos.

- (2) Sejam l , m e n os comprimentos dos lados de um triângulo. Suponha que l , m e n são inteiros satisfazendo $l \leq m \leq n$.
- (a) Tome $n=9$ e descubra quantos triângulos desse tipo há.
- (b) Considere outros valores de n e descubra uma lei geral.

- (3) Dado um paralelepípedo reto retângulo e um seu vértice A , sejam B , D e E os outros extremos das três arestas que têm A como um extremo. Calcule, em termos dos comprimentos das arestas do paralelepípedo, a distância do ponto A ao plano determinado por B , D e E .

DICAS: (i) Considere primeiro o caso em que as arestas medem 2, 3 e 4. (ii) Tente usar a fórmula do volume de uma pirâmide.

- (4) Percorre-se o quadrilátero convexo $ABCD$ no sentido anti-horário. A partir de cada vértice atingido no percurso, prolonga-se o lado recém-percorrido, construindo-se um segmento de mesmo comprimento que esse lado. As extremidades dos prolongamentos são denotadas por A' , B' , C' e D' , de modo que os novos segmentos sejam, então, $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ e $\overline{DD'}$.

- (a) Mostre que, se o quadrilátero $ABCD$ for um paralelogramo, então o quadrilátero $A'B'C'D'$ também é.
- (b) Supondo que $ABCD$ seja um paralelogramo, calcule a área de $A'B'C'D'$ em termos da área de $ABCD$.
- (c) Vale a recíproca da afirmação do item (a)? Isto é, $A'B'C'D'$ é um paralelogramo só se $ABCD$ também for?