

## MAT0105 - GEOMETRIA ANALÍTICA

LICENCIATURA EM FÍSICA (DIURNO)  
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2011  
TERCEIRA LISTA

- (1) Ache a interseção da reta que passa pelos pontos  $(0, 0, 1)$  e  $(1, 1, 0)$  com a esfera de centro  $(1, 1, 1)$  e raio 1. Resp.:  $\{(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}), (1, 1, 0)\}$ .
- (2) Seja  $r$  a reta que passa pelos pontos  $(0, 0, 2)$  e  $(1, 1, 0)$ , e seja  $s$  a reta que passa por  $(3, 0, 0)$  e por  $(0, 3, 0)$ . Mostre que  $r$  e  $s$  são reversas.
- (3) Seja  $r$  a reta que passa pela origem e é perpendicular à esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 2x + 4y + 4z$ . Ache a interseção de  $r$  com o plano  $z = 100$ .  
Resp.:  $\{(50, 100, 100)\}$ .
- (4) Ache a equação da esfera que tem centro em  $(3, 4, 5)$  e é tangente ao plano  $OXY$ . Resp.:  $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 5)^2 = 25$ .
- (5) Ache o centro e o raio da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z = 2$ .  
Resp.: O centro é  $(-1, -2, -3)$  e o raio é 4.
- (6) Dados  $A = (2, 0, -1)$ ,  $B = (1, 2, 0)$ ,  $C = (-2, 1, -1)$  e  $D = (0, 0, 1)$ , ache o cosseno do ângulo formado pelos vetores  $\vec{AB}$  e  $\vec{CD}$ . Resp.:  $-\frac{2}{3\sqrt{6}}$ .
- (7) Sejam  $A = (-1, -1, -1)$ ,  $B = (1, 0, 0)$ ,  $C = (0, 2, 1)$  e  $D = (1, 1, 1)$ . Sabendo que  $AB$ ,  $AC$  e  $AD$  são arestas de um prisma cujas faces são paralelogramos, ache o vértice oposto a  $A$  neste prisma. Resp.:  $(4, 5, 4)$ .
- (8) Mostre que, para todo  $t \in \mathbb{R}$ , o ângulo formado pelos vetores  $(1, 1, t)$  e  $(1, 1, 0)$  é agudo. Para que valores de  $t$  o ângulo é igual a  $45^\circ$ ?  
Resp.:  $t = \sqrt{2}$  ou  $t = -\sqrt{2}$ .
- (9) Os pontos  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  e  $(0, 0, 1)$  são vértices de um tetraedro regular. Ache o quarto vértice, sabendo que ele não está no primeiro octante.  
Resp.:  $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ .
- (10) Seja  $r$  a reta que passa pelos pontos  $(0, 0, 1)$  e  $(1, 3, 0)$ , e seja  $s$  a reta que passa por  $(1, 0, 0)$  e por  $(0, 3, 1)$ . Mostre que  $r$  e  $s$  são concorrentes. Ache o ponto de interseção e o cosseno do ângulo que elas formam. Este ângulo é maior ou menor que  $45^\circ$ ? Resp.: O ponto é  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ , o cosseno é  $\frac{7}{11}$ , o ângulo é maior que  $45^\circ$ .