

**MAT 0147 - Cálculo 2 para Economia**  
**Prova Substitutiva - 7 de dezembro de 2016**

Nome : \_\_\_\_\_

Número USP : \_\_\_\_\_

Assinatura : \_\_\_\_\_

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
4	
Total	

**Questão 1** (1 pt) Seja  $f(x, y) = xe^{-y^2} + y$ . Calcule o máximo valor da derivada direcional  $D_{\mathbf{u}}f(1, 0)$  de  $f$  no ponto  $(1, 0)$  na direção de um vetor unitário  $\mathbf{u}$ .

**Questão 2** (2,5 pts) Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função possuindo derivadas de primeira e de segunda ordem,  $f'$  e  $f''$ . Seja  $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $u(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ . Mostre que

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = f''(\sqrt{x^2 + y^2}) + \frac{f'(\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

DICA: Você só precisa da Regra da Cadeia do Cálculo 1 para resolver este exercício.

**Questão 3** (2 pts) Mostre que todo plano tangente à superfície  $x^2 + y^2 = 2z^2$  passa pela origem.

**Questão 4** (2 pts) Mostre que o único ponto crítico de  $f(x, y) = x^2 + y^2(1 + x)^3$  é um ponto de mínimo local em  $(0, 0)$ .

**Questão 5.** (2,5 pts) Considere  $f(x, y) = x^3 + y^2$  e  $g(x, y) = x^2 + 2y^2$ .

(a) Encontre todos os pontos da curva  $g(x, y) = 1$  nos quais  $\nabla f$  é paralelo a  $\nabla g$ .

(b) Encontre os pontos de máximo e os pontos de mínimo de  $f(x, y)$  sujeita à restrição  $g(x, y) = 1$