

MAT 0221 - Cálculo Diferencial e Integral IV

Turma 46 (Estatística e Aplicada)

3ª Prova - 3 de dezembro de 2012

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

| | |
|-------|--|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| Total | |

Questão em branco vale 0,25.

Questão 1: (2,5 pts) (a) Resolva o PVI
$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases} .$$

(b) Dê a forma da solução particular prescrita pelo método dos coeficientes a determinar para as equações

$$y'' + y = x(1 + \cos x) \quad \text{e} \quad y'' + y' = x(1 + \cos x).$$

Questão 2: (2 pts) (a) Verifique que $\phi_1(x) = e^{-x^2}$ é solução da equação diferencial $y'' + 2xy' + 2y = 0$.

(b) Encontre uma solução ϕ_2 da equação do item anterior tal que $\{\phi_1, \phi_2\}$ seja linearmente independente.

Questão 3: (3 pts) Dada $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua definida em um intervalo aberto I que contém 0, encontre uma fórmula (envolvendo uma integral) para a solução do PVI

$$\begin{cases} y'' + 4y = f(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases} .$$

Questão 4: (3 pts) (a) Mostre que, se u é uma função de classe C^2 definida no intervalo $[0, 1]$, se $\lambda \leq 0$ e se $u'' + \lambda u = 0$ e $u(0) = u(1) = 0$, então u é a função identicamente nula.

(b) Encontre os valores reais de λ tais que existe u definida em $[0, 1]$, que não seja identicamente nula, e tal que $u'' + \lambda u = 0$ e $u(0) = u(1) = 0$. Exiba as funções u associadas a cada valor de λ encontrado.