

MAT 0221 - Cálculo Diferencial e Integral IV

Turma 46 (Estatística e Aplicada)

2ª Prova - 29 de outubro de 2012

1	
2	
3	
4	
Total	

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Adotamos a convenção de que toda solução de uma EDO está definida em um intervalo.

Questão em branco vale 0,25.

Questão 1: (2 pts) Resolva os dois PVI's abaixo, explicitando o domínio maximal da solução.

$$(a) \begin{cases} xy' + 2y = x \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} xy' + 2y = x \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

Questão 2: (2,5 pts) (a) Justifique a seguinte afirmação: se y é uma solução de $y' = y + e^x y^2$ tal que $y(x_0) \neq 0$ para algum x_0 , então necessariamente $y(x) \neq 0$ para todo x no domínio de y .

(b) Resolva o PVI $\begin{cases} y' = y + e^x y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$, explicitando o domínio maximal da solução. Sugestão: faça $z = 1/y$.

Questão 3: (3 pts) (a) Verifique que $\mu(x, y) = x^{-2}y^{-2}$ é um fator integrante para a equação diferencial

$$(x^2 y^3 - 1) + (x^3 y^2 - \frac{2x}{y})y' = 0.$$

(b) Ache ψ tal que todas as soluções da equação acima sejam dadas implicitamente por $\psi(x, y) = C$, C constante.

(c) Resolva o PVI $\begin{cases} (x^2 y^3 - 1) + (x^3 y^2 - \frac{2x}{y})y' = 0 \\ y(1) = -1 \end{cases}$, explicitando o domínio maximal da solução.

Questão 4: (3 pts) Decida se são verdadeiras ou falsas as afirmações seguintes, justificando sua resposta.

(1) Se y é solução do PVI $\begin{cases} y' = y^{4/5} \\ y(0) = 0 \end{cases}$, então necessariamente y é a função identicamente nula.

(2) Se y é solução do PVI $\begin{cases} y' = y^{5/4} \\ y(0) = 0 \end{cases}$, então necessariamente y é a função identicamente nula.

(3) O PVI $\begin{cases} y' + (\ln x)y = \frac{1}{x-2} \\ y(1) = 0 \end{cases}$ tem uma única solução definida no intervalo $(0, 2)$.