MAT0315 - Introdução à Análise Real

IME-USP, 2° Semestre de 2013

Segundo Trabalho de Sala em Grupo

Este trabalho é uma aplicação do seguinte resultado, enunciado na aula de 19 de setembro: `Se` (x_n) `é uma sequência real, limitada superiormente e não-decrescente` (isto é, se existe $M \in \mathbb{R}$ tal que $x_n < M$ para todo n e, além disso, $x_n \leq x_{n+1}$ para todo n), `então` (x_n) `possui um limite real`. Será útil também o seguinte resultado, que pode ser usado sem demonstração: `Se` $x_n \to a$, `então` $x_{n+1} \to a$.

Seja (x_n) a sequência definida por $x_1 = \sqrt{2}$ e $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, se $n \geq 1$.

(1) Mostre por indução que $x_n < 2$ para todo n.

(2) Mostre que (x_n) é crescente.

(3) Mostre que existe $a = \lim x_n$ e que a satisfaz a equação $a^2 = a + 2$.

(4) Ache o valor de a.

MAT0315 - Introdução à Análise Real

IME-USP, 2° Semestre de 2013

Segundo Trabalho de Sala em Grupo

Este trabalho é uma aplicação do seguinte resultado, enunciado na aula de 19 de setembro: `Se` (x_n) `é uma sequência real, limitada superiormente e não-decrescente` (isto é, se existe $M \in \mathbb{R}$ tal que $x_n < M$ para todo n e, além disso, $x_n \leq x_{n+1}$ para todo n), `então` (x_n) `possui um limite real`. Será útil também o seguinte resultado, que pode ser usado sem demonstração: `Se` $x_n \to a$, `então` $x_{n+1} \to a$.

Seja (x_n) a sequência definida por $x_1 = \sqrt{2}$ e $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, se $n \geq 1$.

(1) Mostre por indução que $x_n < 2$ para todo n.

(2) Mostre que (x_n) é crescente.

(3) Mostre que existe $a = \lim x_n$ e que a satisfaz a equação $a^2 = a + 2$.

(4) Ache o valor de a.