

MAT0334 - ANÁLISE MATEMÁTICA II

IME-USP, PRIMEIRO SEMESTRE DE 2011

QUARTA LISTA

- (1) Calcule a norma do operador $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$,

$$T(x, y) = (2x + 2y, -x + 2y),$$

com \mathbb{C}^2 munido da norma euclídeana.

- (2) Considere $V : C([0, 1]) \rightarrow C([0, 1])$ definido por

$$(Vf)(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Munindo $C([0, 1])$ da norma do supremo, mostre que

$$\|V^n\| = \frac{1}{n!}.$$

- (3) Sejam X e Y espaços vetoriais normados e $T : X \rightarrow Y$ linear.

Mostre que T é limitado se e somente se $\{x \in X; \|f(x)\| \leq 1\}$ tem interior não-vazio.

- (4) Sejam X , Y e Z espaços de Banach e $B : X \times Y \rightarrow Z$ uma aplicação bilinear. Suponha que, para todo $x \in X$, a aplicação $Y \ni y \mapsto B(x, y) \in Z$ é contínua e que, para todo $y \in Y$, a aplicação $X \ni x \mapsto B(x, y) \in Z$ é contínua. Mostre que existe $C \geq 0$ tal que, para todo $x \in X$ e para todo $y \in Y$, $\|B(x, y)\| \leq C\|x\|\|y\|$.