

MAT 2455 - Cálculo Diferencial e Integral III - Turma 20

2ª Prova - 13 de maio de 2014

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor : Severino Toscano do Rego Melo.

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1: Seja C a interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $z = y$. Calcule $\int_C \sqrt{2x^2 + z^2} ds$.

Questão 2: Seja $\mathbf{F}$ o campo vetorial definido por $\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2} + y, \frac{x}{x^2 + y^2} + x \right)$, e seja C a fronteira

do retângulo $\{(x, y); |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$, orientada no sentido anti-horário. Calcule $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

Questão 3: Seja $\mathbf{F}$ o campo vetorial definido por $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right)$

(a) Encontre uma função escalar ϕ cujo gradiente seja igual a $\mathbf{F}$.

(b) Calcule $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, onde C é a curva parametrizada por $(\cos t, \sin t, \frac{t}{\pi})$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Questão 4: (a) Seja D a região limitada por um caminho simples fechado C no plano xy , orientada no sentido anti-horário. Use o Teorema de Green para mostrar que as coordenadas $(\bar{x}, \bar{y})$ do centroide de D são

$$\bar{x} = \frac{1}{2A} \int_C x^2 dy, \quad \bar{y} = -\frac{1}{2A} \int_C y^2 dx,$$

onde A é a área de D .

(b) Use o item (a) para encontrar o centroide de uma região semicircular de raio a .