MAT 0315 - Introdução à Análise Real - Turma 48

2^a Prova - 25 de novembro de 2013

Nome : ____________________

Número USP : ____________________

Assinatura : ____________________

1	
2	
3	
4	
Total	

Cada questão em branco vale 0,25.

Questão 1: Considere a sequência (s_n) definida por $s_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$, $n \in \mathbb{N}$.

(a) Calcule s_1, s_2, s_3 e s_4.

(b) Descubra, por inspeção, uma possível fórmula geral para s_n e demonstre, por indução, sua validade.

(c) Calcule $\lim s_n$.

Questão 2: Decida se são verdadeiras ou falsas as três proposições abaixo. Justifique sua resposta.

(a) Se $a_n > 0$, para todo $n \in \mathbb{N}$, e se $\lim a_n = 0$, então $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

(b) Se $a_n \geq b_n \geq 0$, para todo $n \in \mathbb{N}$, e se $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge, então $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge.

(c) Se $a_n \geq b_n \geq 0$, para todo $n \in \mathbb{N}$, e se $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, então $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge.

Questão 3: Mostre que $\lim (n!)^{1/n} = \infty$.

Questão 4: Mostre que a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n$

(a) converge absolutamente se $|x| < 1/e$,

(b) converge se $x = -1/e$,

(c) diverge se $|x| > 1/e$.