MAT 0315 - Introdução à Análise Real - Turma 47

2^a Prova - 25 de novembro de 2013

1	
2	
3	
4	
Total	

Nome : ____

Número USP : ____

Assinatura : ____

Cada questão em branco vale 0,25.

Questão 1: Considere a sequência (s_n) definida por $s_n = \sum_{k=1}^{n} k.k!$, $n \in \mathbb{N}$.

(a) Calcule s_1, s_2, s_3 e s_4.

(b) Descubra, por inspeção, uma possível fórmula geral para s_n e demonstre, por indução, sua validade.

(c) Mostre que $\lim s_n = \infty$.

Questão 2: Decida se são verdadeiras ou falsas as duas proposições abaixo. Justifique sua resposta.

(a) Se, para todo $n \in \mathbb{N}$, $a_n > 0$ e $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$, então $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

(b) Se, para todo $n \in \mathbb{N}$, $a_n > 0$ e $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$, então $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

Questão 3: Mostre que $\lim 2^{-n^2} n! = 0$.

Questão 4: Mostre que a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n$

(a) converge absolutamente se $|x| < 1/e$,

(b) converge se $x = -1/e$,

(c) diverge se $|x| > 1/e$.