

MAT 0315 - Introdução à Análise Real

1ª Prova - 3 de outubro de 2013

Nome : \_\_\_\_\_

Turma : \_\_\_\_\_

Número USP : \_\_\_\_\_

Assinatura : \_\_\_\_\_

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão em branco vale 0,25 pontos

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

**Questão 1:** Decida se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

(a) Dados arbitrários  $a \in \mathbb{Q}$  e  $b \in \mathbb{Q}$ , então necessariamente temos que  $a^b \in \mathbb{Q}$ .

(b) Dados arbitrários  $a \notin \mathbb{Q}$  e  $b \notin \mathbb{Q}$ , então necessariamente temos que  $a^b \notin \mathbb{Q}$ .

**Questão 2:** Mostre que o supremo do conjunto  $\left\{ \frac{mn}{1+mn}; m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N} \right\}$  é igual a 1.

**Questão 3:** Dados  $A$  e  $B$ , subconjuntos de  $\mathbb{R}$  limitados inferiormente, defina  $A + B = \{x + y; x \in A, y \in B\}$ . Mostre que  $\inf(A + B) = \inf A + \inf B$ .

**Questão 4:** Decida se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

- (a) Para toda sequência convergente  $(x_n)$  tal que, para todo  $n$ ,  $x_n \geq 0$ , temos que  $\lim x_n \geq 0$ .
- (b) Para toda sequência convergente  $(x_n)$  tal que, para todo  $n$ ,  $x_n > 0$ , temos que  $\lim x_n > 0$ .