

# Respostas dos Exercícios

## CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.1 [página 30]

1. (a), (c), (f)      2. (a), (b), (c)

3. (a)  $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t$       (b)  $x_1 = \frac{2}{3}s - \frac{1}{3}t + \frac{1}{3}$        $x_2 = \frac{1}{3}r - \frac{2}{3}s + \frac{1}{3}t - \frac{1}{3}$        $u = \frac{2}{3}q - \frac{1}{3}r + \frac{1}{3}s - \frac{1}{3}t$   
 $y = t$        $x_3 = s$        $x_4 = r$        $w = q$   
 $x_5 = t$        $x_6 = s$        $x = r$   
 $x_7 = t$        $y = s$   
 $z = t$

4. (a)  $\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & 2 \end{bmatrix}$       (b)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$       (c)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       (d)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

5. (a)  $2x_1 = 0$       (b)  $3x_1 - 2x_3 = 5$       (c)  $7x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 5$       (d)  $x_1 = 7$   
 $3x_1 - 4x_2 = 0$        $7x_1 + x_2 + 4x_3 = -3$        $x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1$        $x_2 = -2$   
 $x_2 = 1$        $-2x_2 + x_3 = 7$        $x_3 = 3$   
 $x_4 = 4$

6. (a)  $x - 2y = 5$       (b) Tome  $x = t$ ; então  $t - 2y = 5$ . Resolvendo em  $y$  dá  $y = \frac{1}{2}t - \frac{5}{2}$ .

10.  $k = 6$ : infinitas soluções  
 $k \neq 6$ : nenhuma solução  
 Nenhum valor de  $k$  dá solução única

11. (a) As retas não têm ponto de interseção.  
 (b) As retas cortam-se em exatamente um ponto.  
 (c) As três retas coincidem.

## CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.2 [página 37]

1. (a), (b), (c), (d), (h), (i), (j)      2. (a), (b), (d), (e)

3. (a) Ambas      (b) Nenhuma      (c) Ambas  
 (d) Escalonada por linhas      (e) Nenhuma      (f) Ambas

4. (a)  $x_1 = -3, x_2 = 0, x_3 = 7$   
 (b)  $x_1 = 7t + 8, x_2 = -3t + 2, x_3 = -t - 5, x_4 = t$   
 (c)  $x_1 = 6s - 3t - 2, x_2 = s, x_3 = -4t + 7, x_4 = -5t + 8, x_5 = t$   
 (d) Inconsistente  
 5. (a)  $x_1 = -37, x_2 = -8, x_3 = 5$   
 (b)  $x_1 = 13t - 10, x_2 = 13t - 5, x_3 = -t + 2, x_4 = t$   
 (c)  $x_1 = -7s + 2t - 11, x_2 = s, x_3 = -3t - 4, x_4 = -3t + 9, x_5 = t$   
 (d) Inconsistente

6. (a)  $x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = 2$   
 (b)  $x_1 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}t, x_2 = \frac{1}{2} - \frac{4}{2}t, x_3 = t$   
 (c)  $x = t - 1, y = 2s, z = 8, w = t$   
 (d) Inconsistente
8. (a) Inconsistente  
 (b)  $x_1 = -4, x_2 = 2, x_3 = 7$   
 (c)  $x_1 = 3 + 2t, x_2 = t$   
 (d)  $x = \frac{8}{5} - \frac{2}{5}t - \frac{3}{5}s, y = \frac{1}{10} + \frac{2}{5}t - \frac{1}{10}s, z = t, w = s$
10. (a)  $x_1 = 2 - 12t, x_2 = 5 - 27t, x_3 = t$   
 (b) Inconsistente  
 (c)  $u = -2s - 3t - 6, v = s, w = -t - 2, x = t + 3, y = t$
12. (a), (c), (d)
13. (a)  $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$   
 (b)  $x_1 = -s, x_2 = -t - s, x_3 = 4s, x_4 = t$   
 (c)  $w = t, x = -t, y = t, z = 0$
14. (a) Somente a solução trivial  
 (b)  $u = 7s - 5t, v = -6s + 4t, w = 2s, x = 2t$   
 (c) Somente a solução trivial
15. (a)  $I_1 = -1, I_2 = 0, I_3 = 1, I_4 = 2$   
 (b)  $Z_1 = -s - t, Z_2 = s, Z_3 = -t, Z_4 = 0, Z_5 = t$
16. (a)  $x = \frac{2}{3}a - \frac{1}{9}b, y = -\frac{1}{3}a + \frac{2}{9}b$  (b)  $x_1 = a - \frac{1}{3}c, x_2 = a - \frac{1}{2}b, x_3 = -a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{3}c$
17.  $a = -4$ , nenhuma;  $a \neq \pm 4$ , exatamente uma;  $a = 4$ , infinitas
19.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  são respostas possíveis.
20.  $\alpha = \pi/2, \beta = \pi, \gamma = 0$
22.  $\lambda = 4, \lambda = 2$
23. Se  $\lambda = 1$ , então  $x_1 = x_2 = \frac{5}{8}s, x_3 = \frac{0}{8}$   
 Se  $\lambda = 2$ , então  $x_1 = -\frac{1}{2}s, x_2 = 0, x_3 = s$
24.  $x = -13/7, y = 91/54, z = -91/8$
25.  $a = 1, b = -6, c = 2, d = 10$
26.  $a = 1, b = -2, c = -4, d = -29$
30. (a) Pelo menos duas das três retas são distintas. (b) As três retas são idênticas.
31. (a) Falsa (b) Verdadeira (c) Falsa (d) Falsa
32. (a) Falsa (b) Falsa (c) Falsa (d) Falsa

## CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.3 [página 46]

1. (a) Não-definida (b)  $4 \times 2$  (c) Não-definida (d) Não-definida  
 (e)  $5 \times 5$  (f)  $5 \times 2$  (g) Não-definida (h)  $5 \times 2$
2.  $a = 5, b = -3, c = 4, d = 1$
3. (a)  $\begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ -5 & 10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -7 & -28 & -14 \\ -21 & -7 & -35 \end{bmatrix}$  (e) Não definida
- (f)  $\begin{bmatrix} 22 & -6 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  (g)  $\begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ 9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}$  (h)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (i) 5 (j) -25 (k) 168 (l) Não definida
4. (a)  $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  (d) Não definida
- (e)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{2}{4} \end{bmatrix}$  (f)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (g)  $\begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$  (h)  $\begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}$
5. (a)  $\begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  (b) Não definida (c)  $\begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 36 & 78 & 63 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$  (e)  $\begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$

$$(f) \begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix} \quad (g) \begin{bmatrix} 0 & -2 & 11 \\ 12 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad (h) \begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 48 & -20 & 14 \\ 24 & 8 & 16 \end{bmatrix} \quad (i) 61 \quad (j) 35 \quad (k) (28)$$

$$6. (a) \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 36 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \quad (b) \text{Não definida} \quad (c) \begin{bmatrix} 2 & -10 & 11 \\ 13 & 2 & 5 \\ 4 & -3 & 13 \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -14 & 2 \\ -1 & -8 \end{bmatrix} \quad (e) \begin{bmatrix} 40 & 72 \\ 26 & 42 \end{bmatrix} \quad (f) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$7. (a) [67 \ 41 \ 41] \quad (b) [63 \ 67 \ 57] \quad (c) \begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix} \quad (e) [24 \ 56 \ 97] \quad (f) \begin{bmatrix} 76 \\ 98 \\ 97 \end{bmatrix}$$

$$8. (a) \begin{bmatrix} 67 \\ 64 \\ 63 \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -6 \\ 17 \\ 41 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 41 \\ 59 \\ 57 \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 70 \\ 31 \\ 122 \end{bmatrix} = 7 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 9 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$10. (a) [67 \ 41 \ 41] = 3[6 \ -2 \ 4] - 2[0 \ 1 \ 3] + 7[7 \ 7 \ 5] \\ [64 \ 21 \ 59] = 6[6 \ -2 \ 4] + 5[0 \ 1 \ 3] + 4[7 \ 7 \ 5] \\ [63 \ 67 \ 57] = 0[6 \ -2 \ 4] + 4[0 \ 1 \ 3] + 9[7 \ 7 \ 5]$$

$$(b) [6 \ -6 \ 70] = 6[3 \ -2 \ 7] - 2[6 \ 5 \ 4] + 4[0 \ 4 \ 9] \\ [6 \ 17 \ 31] = 0[3 \ -2 \ 7] + 1[6 \ 5 \ 4] + 3[0 \ 4 \ 9] \\ [63 \ 41 \ 122] = 7[3 \ -2 \ 7] + 7[6 \ 5 \ 4] + 5[0 \ 4 \ 9]$$

11. 182

$$13. (a) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 9 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & -8 \\ 2 & -5 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$14. (a) \begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 2 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= -1 \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 &= 4 \end{aligned} \quad (b) \begin{aligned} 3w - 2x + z &= 0 \\ 5w + 2y - 2z &= 0 \\ 3w + x + 4y + 7z &= 0 \\ -2w + 5x + y + 6z &= 0 \end{aligned}$$

$$15. \begin{bmatrix} -1 & 23 & -10 \\ 37 & -13 & 8 \\ 29 & 23 & 41 \end{bmatrix} \text{ (ambas partes (a) e (b))} \quad 16. (a) \begin{bmatrix} -3 & -15 & -11 \\ 21 & -15 & 44 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 4 & -7 & -19 & -43 \\ 2 & 2 & 18 & 17 \\ 0 & 5 & 25 & 35 \\ 2 & 3 & 23 & 24 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 4 & -4 \\ 0 & 14 \end{bmatrix}$$

$$17. (a) A_{11} \text{ é uma matriz } 2 \times 3 \text{ e } B_{11} \text{ é uma matriz } 2 \times 2. A_{11} B_{11} \text{ não existe.} \quad (b) \begin{bmatrix} -1 & 23 & -10 \\ 37 & -13 & 8 \\ 29 & 23 & 41 \end{bmatrix}$$

21. (a) 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix}$$
 (b) 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix}$$

(c) 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$
 (d) 
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$

22. (a) 
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$
 (b) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \end{bmatrix}$$
 (c) 
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

25. Uma, a saber,  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

26. Nenhuma

27. (a)  $\pm \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (b) Quatro, a saber,  $\begin{bmatrix} \pm\sqrt{5} & 0 \\ 0 & \pm 3 \end{bmatrix}$  (c) Não; por exemplo,  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

28. (a) Sim, por exemplo,  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (b) Sim, por exemplo,  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

29. (a) Verdadeira (b) Verdadeira (c) Falsa (d) Verdadeira

30. (a) Verdadeira (b) Falsa; por exemplo  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  (c) Verdadeira (d) Verdadeira

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.4 [página 54]

4.  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{20} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$ ,  $C^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

7. (a)  $A = \begin{bmatrix} \frac{5}{13} & \frac{1}{13} \\ -\frac{3}{13} & \frac{2}{13} \end{bmatrix}$  (b)  $A = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & 1 \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$  (c)  $A = \begin{bmatrix} -\frac{2}{5} & 1 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$  (d)  $A = \begin{bmatrix} -\frac{9}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{2}{13} & -\frac{6}{13} \end{bmatrix}$

8.  $A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 28 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $A^{-3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & 0 \\ -\frac{7}{2} & 1 \end{bmatrix}$ ,  $A^2 - 2A + I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

9. (a)  $p(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  (b)  $p(A) = \begin{bmatrix} 20 & 7 \\ 14 & 6 \end{bmatrix}$  (c)  $p(A) = \begin{bmatrix} 39 & 13 \\ 26 & 13 \end{bmatrix}$

11.  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  12.  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) & \frac{1}{2}(e^{-x} - e^x) \\ \frac{1}{2}(e^{-x} - e^x) & \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \end{bmatrix}$

$$13. A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{a_{nn}} \end{bmatrix}$$

16. Não

18.  $C = -A^{-1}BA^{-1}$

$$19. (a) \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$20. (a) \text{ Um exemplo é } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \quad (b) \text{ Um exemplo é } \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 22. \text{ Sim} \quad 23. A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$31. (a) \text{ Por exemplo, } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (b) AB + BA$$

$$32. (a) \text{ O mesmo que 31(a)} \quad (b) A^2 - AB + BA - B^2 \quad 33. \begin{bmatrix} \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix}$$

34. (a) Se  $A$  é invertível, então  $A^T$  é invertível. (b) Verdadeira

35. (a) Falsa (b) Verdadeira (c) Verdadeira (d) Falsa (às vezes são iguais)

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.5 [página 59]**

1. (a), (c), (d), (f)

2. (a) Some três vezes a primeira linha à segunda.

(b) Multiplique a terceira linha por  $\frac{1}{3}$ .

(c) Permute a primeira com a quarta linha.

(d) Some  $\frac{1}{7}$  vezes a terceira linha à primeira.

$$3. (a) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Não, pois  $C$  não pode ser obtida de  $B$  por uma única operação sobre linhas.

$$5. (a) \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} -\frac{5}{39} & \frac{2}{13} \\ \frac{4}{39} & \frac{1}{13} \end{bmatrix} \quad (c) \text{ Não-invertível}$$

$$6. (a) \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{11}{10} & -\frac{6}{5} \\ -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{7}{10} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \quad (b) \text{ Não-invertível} \quad (c) \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} \frac{7}{2} & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (e) \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

7. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{26} & -\frac{3\sqrt{2}}{26} & 0 \\ \frac{4\sqrt{2}}{26} & \frac{\sqrt{2}}{26} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$  (d) Não-invertível (e)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

8. (a)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_4} \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{k_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{k} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{k^2} & \frac{1}{k} & 0 & 0 \\ \frac{1}{k^3} & -\frac{1}{k^2} & \frac{1}{k} & 0 \\ -\frac{1}{k^4} & \frac{1}{k^3} & -\frac{1}{k^2} & \frac{1}{k} \end{bmatrix}$

9. (a)  $E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (b)  $A^{-1} = E_2 E_1$  (c)  $A = E_1^{-1} E_2^{-1}$

10. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 4 & 5 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & -1 \\ 1 & -4 & 7 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 10 & 9 & -6 \\ 4 & 5 & -3 \\ 1 & -4 & 7 \end{bmatrix}$  11.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

16. (b) Some -1 vezes a primeira linha à segunda.  
Some -1 vezes a primeira linha à terceira.  
Some -1 vezes a segunda linha à primeira.  
Some a segunda linha à terceira.

19. (a) Falsa (b) Falsa (c) Verdadeira (d) Verdadeira

20. (a) Verdadeira (b) Verdadeira (c) Verdadeira (d) Falsa

21. Em geral, não. Tente  $b = 1$ ,  $a = c = d = 0$ .

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.6 [página 64]

1.  $x_1 = 3, x_2 = -1$  2.  $x_1 = -3, x_2 = -3$  3.  $x_1 = -1, x_2 = 4, x_3 = -7$   
4.  $x_1 = 1, x_2 = -11, x_3 = 16$  5.  $x_1 = 1, x_2 = 5, x_3 = -1$   
6.  $w = -6, x = 1, y = 10, z = -7$  7.  $x_1 = 2b_1 - 5b_2, x_2 = -b_1 + 3b_2$   
8.  $x_1 = -\frac{15}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{5}{2}b_3, x_2 = \frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3, x_3 = \frac{5}{2}b_1 - \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3$   
9. (a)  $x_1 = \frac{16}{3}, x_2 = -\frac{4}{3}, x_3 = -\frac{11}{3}$  (b)  $x_1 = -\frac{5}{3}, x_2 = \frac{5}{3}, x_3 = \frac{10}{3}$   
(c)  $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = -4$   
11. (a)  $x_1 = \frac{22}{17}, x_2 = \frac{1}{17}$  (b)  $x_1 = \frac{21}{17}, x_2 = \frac{11}{17}$   
12. (a)  $x_1 = -18, x_2 = -1, x_3 = -14$  (b)  $x_1 = -\frac{421}{2}, x_2 = -\frac{25}{2}, x_3 = -\frac{327}{2}$   
13. (a)  $x_1 = \frac{7}{15}, x_2 = \frac{4}{15}$  (b)  $x_1 = \frac{34}{15}, x_2 = \frac{28}{15}$  (c)  $x_1 = \frac{19}{15}, x_2 = \frac{13}{15}$  (d)  $x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = \frac{3}{5}$   
14. (a)  $x_1 = 18, x_2 = -9, x_3 = 2$  (b)  $x_1 = -23, x_2 = 11, x_3 = -2$   
(c)  $x_1 = 5, x_2 = -2, x_3 = 0$   
15. (a)  $x_1 = -12 - 3t, x_2 = -5 - t, x_3 = t$  (b)  $x_1 = 7 - 3t, x_2 = 3 - t, x_3 = t$   
16.  $b_1 = 2b_2$  17.  $b_1 = b_2 + b_3$  18. Nenhuma restrição 19.  $b_1 = b_3 + b_4, b_2 = 2b_3 + b_4$   
21.  $X = \begin{bmatrix} 11 & 12 & -3 & 27 & 26 \\ -6 & -8 & 1 & -18 & -17 \\ -15 & -21 & 9 & -38 & -35 \end{bmatrix}$

22. (a) Somente a solução trivial  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ ; invertível.  
 (b) Infinitas soluções; não invertível.

27. (a)  $I - A$  é invertível. (b)  $x = (I - A)^{-1}b$  28. Não. Tem  $A = I$ .

29. Sim, para matrizes não-quadradas.

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.7 [página 69]

1. (a)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$  (b) Não invertível (c)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

2. (a)  $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & -1 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -24 & -10 & 12 \\ 3 & -10 & 0 \\ 60 & 20 & -16 \end{bmatrix}$

3. (a)  $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $A^{-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ ,  $A^{-k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/(-2)^k \end{bmatrix}$

(b)  $A^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$ ,  $A^{-2} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$ ,  $A^{-k} = \begin{bmatrix} 2^k & 0 & 0 \\ 0 & 3^k & 0 \\ 0 & 0 & 4^k \end{bmatrix}$

4. (b), (c) 5. (a) 6.  $a = 11, b = -9, c = -13$  7.  $a = 2, b = -1$

8. (a) Não comutam (b) Comutam 10. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} \pm \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \pm \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix}$

11. (a)  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$  (b) Não 16. (b) Sim 17. Sim

19.  $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$   
 $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

20. (a) Sim (b) Não (exceto se  $n = 1$ ) (c) Sim (d) Não (exceto se  $n = 1$ ) 23. Não

24. (a)  $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1, x_3 = -\frac{1}{3}$  (b)  $x_1 = -8, x_2 = -4, x_3 = 3$

25.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  26.  $\frac{n}{2}(1+n)$  27. Multiplique entradas diagonais correspondentes

28.  $A$  é diagonal 30. (a) Verdadeira (b) Falsa (c) Verdadeira (d) Falsa

### EXERCÍCIOS SUPLEMENTARES [página 71]

1.  $x' = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y, y' = -\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}y$  2.  $x' = x \cos \theta + y \sin \theta, y' = -x \sin \theta + y \cos \theta$

3. Uma resposta possível é 4. Três moedas de 1 centavo, quatro de 5 e seis de 10.

$x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 0$

$x_1 + 5x_2 + 2x_4 = 0$

5.  $x = 4, y = 2, z = 3$  6. Infinitas se  $a = 2$  ou  $a = -\frac{1}{2}$ ; caso contrário, nenhuma.

7. (a)  $a \neq 0, b \neq 2$  (b)  $a \neq 0, b = 2$  (c)  $a = 0, b = 2$  (d)  $a = 0, b \neq 2$

8.  $x = \frac{5}{9}, y = 9, z = \frac{1}{3}$  9.  $K = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  10.  $a = 2, b = -1, c = 1$

11. (a)  $X = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (b)  $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $X = \begin{bmatrix} -\frac{113}{37} & -\frac{160}{37} \\ -\frac{20}{37} & -\frac{46}{37} \end{bmatrix}$

12. (a)  $Z = \begin{bmatrix} -1 & -7 & 11 \\ 14 & 10 & -26 \end{bmatrix} X$  (b)  $z_1 = -x_1 - 7x_2 + 11x_3$   
 $z_2 = 14x_1 + 10x_2 - 26x_3$

13.  $m p n$  multiplicações e  $m p (n - 1)$  adições 15.  $a = 1, b = -2, c = 3$

16.  $a = 1, b = -4, c = -5$  26.  $A = -\frac{7}{5}, B = \frac{4}{5}, C = \frac{3}{5}$

29. (b)  $\begin{bmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & b^n & 0 \\ d & 0 & c^n \end{bmatrix}$ , onde  $d = \begin{cases} \frac{a^n - c^n}{a - c} & \text{se } a \neq c \\ na^{n-1} & \text{se } a = c \end{cases}$

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 2.1 [página 81]**

1. (a) 5 (b) 9 (c) 6 (d) 10 (e) 0 (f) 2  
 2. (a) Ímpar (b) Ímpar (c) Par (d) Par (e) Par (f) Par  
 3. 22 4. 0 5. 52 6.  $-3\sqrt{6}$  7.  $a^2 - 5a + 21$  8. 0  
 9. -65 10. -4 11. -123 12.  $-c^4 + c^3 - 16c^2 + 8c - 2$   
 13. (a)  $\lambda = 1, \lambda = -3$  (b)  $\lambda = -2, \lambda = 3, \lambda = 4$  16. 275  
 17. (a)  $= -120$  (b)  $= -120$  18.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$  22. É igual a 0 se  $n > 1$ .  
 24. O determinante é igual ao produto das entradas da diagonal.  
 25. O determinante é igual ao produto das entradas da diagonal.

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 2.2 [página 84]**

1. (a) -30 (b) -2 (c) 0 (d) 0 2. (a) -30 (b) -2 (c) 0 (d) 0 3. (a) -5 (b) -1 (c) 1  
 4. 30 5. 5 6. -17 7. 33 8. 39 9. 6 10.  $-\frac{1}{6}$   
 11. -2 12. (a) -6 (b) 72 (c) -6 (d) 18  
 16. (a)  $\det(A) = -1$  (b)  $\det(A) = 1$  17.  $x = 0, -1, \frac{1}{2}$  18.  $x = 1, -3$

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 2.3 [página 89]**

1. (a)  $\det(2A) = -40 = 2^2 \det(A)$  (b)  $\det(-2A) = -448 = (-2)^3 \det(A)$   
 2.  $\det AB = -170 = (\det A)(\det B)$   
 4. (a) Invertível (b) Não-invertível (c) Não-invertível (d) Não-invertível  
 5. (a) -189 (b)  $-\frac{1}{7}$  (c)  $-\frac{8}{7}$  (d)  $-\frac{1}{56}$  (e) 7  
 6. Se  $x = 0$ , a primeira e terceira linhas são proporcionais.  
 Se  $x = 2$ , a primeira e segunda linhas são proporcionais.  
 12. (a)  $k = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$  (b)  $k = -1$



$$14. (a) \begin{bmatrix} \lambda - 1 & -2 \\ -2 & \lambda - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} \lambda - 2 & -3 \\ -4 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} \lambda - 3 & -1 \\ 5 & \lambda + 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$15. (i) \lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0 \quad (ii) \lambda = -1, \lambda = 3 \quad (iii) \begin{bmatrix} -t \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix}$$

$$(i) \lambda^2 - 5\lambda - 6 = 0 \quad (ii) \lambda = -1, \lambda = 6 \quad (iii) \begin{bmatrix} -t \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{3}{4}t \\ t \end{bmatrix}$$

$$(i) \lambda^2 - 4 = 0 \quad (ii) \lambda = -2, \lambda = 2 \quad (iii) \begin{bmatrix} -\frac{t}{5} \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -t \\ t \end{bmatrix}$$

20. Não      21.  $AB$  é singular.

22. (a) Falsa      (b) Verdadeira      (c) Falsa      (d) Verdadeira

23. (a) Verdadeira      (b) Verdadeira      (c) Falsa      (d) Verdadeira

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 2.4 [página 95]

1. (a)  $M_{11} = 29, M_{12} = 21, M_{13} = 27, M_{21} = -11, M_{22} = 13, M_{23} = -5, M_{31} = -19, M_{32} = -19, M_{33} = 19$

(b)  $C_{11} = 29, C_{12} = -21, C_{13} = 27, C_{21} = 11, C_{22} = 13, C_{23} = 5, C_{31} = -19, C_{32} = 19, C_{33} = 19$

2. (a)  $M_{13} = 0, C_{13} = 0$       (b)  $M_{23} = -96, C_{23} = 96$       3. 152

(c)  $M_{22} = -48, C_{22} = -48$       (d)  $M_{21} = 72, C_{21} = -72$

$$4. (a) \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 29 & 11 & -19 \\ -21 & 13 & 19 \\ 27 & 5 & 19 \end{bmatrix} \quad (b) A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{29}{152} & \frac{11}{152} & -\frac{19}{152} \\ -\frac{21}{152} & \frac{13}{152} & \frac{19}{152} \\ \frac{27}{152} & \frac{5}{152} & \frac{19}{152} \end{bmatrix}$$

5. -40      6. -66      7. 0      8.  $k^3 - 8k^2 - 10k + 95$       9. -240      10. 0

$$11. A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 & -5 \\ -3 & 4 & 5 \\ 2 & -2 & -3 \end{bmatrix} \quad 12. A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad 13. A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$14. A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ \frac{29}{12} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad 15. A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ -7 & 0 & -1 & 8 \\ 6 & 0 & 1 & -7 \end{bmatrix}$$

16.  $x_1 = 1, x_2 = 2$       17.  $x = \frac{3}{11}, y = \frac{2}{11}, z = -\frac{1}{11}$

18.  $x = -\frac{14}{35}, y = -\frac{61}{35}, z = \frac{46}{11}$       19.  $x_1 = -\frac{30}{11}, x_2 = -\frac{38}{11}, x_3 = -\frac{40}{11}$

20.  $x_1 = 5, x_2 = 8, x_3 = 3, x_4 = -1$

21. A regra de Cramer não é aplicável.

$$22. A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 23. y = 0 \quad 24. x = 1, y = 0, z = 2, w = 0$$

31.  $\det(A) = 10 \times (-108) = -1080$

33. 12

34. Um

35. (a) Verdadeira      (b) Falsa      (c) Verdadeira      (d) Falsa

**EXERCÍCIOS SUPLEMENTARES [página 98]**

1.  $x' = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}y, y' = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y$       2.  $x' = x \cos \theta + y \sin \theta, y' = -x \sin \theta + y \cos \theta$
4. 2      5.  $\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}, \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$       10. (b)  $\frac{19}{2}$
12.  $\det(B) = (-1)^{n(n-1)/2} \det(A)$
13. (a) A  $i$ -ésima e a  $j$ -ésima colunas serão trocadas.  
 (b) A  $i$ -ésima coluna será dividida por  $c$ .  
 (c)  $-c$  vezes a  $j$ -ésima coluna será somada à  $i$ -ésima coluna.
15. (a)  $\lambda^3 + (-a_{11} - a_{22} - a_{33})\lambda^2 + (a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33} + a_{22}a_{33} - a_{12}a_{21} - a_{13}a_{31} - a_{23}a_{32})\lambda + (a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32})$
18. (a)  $\lambda = -5, \lambda = 2, \lambda = 4; \begin{bmatrix} -2t \\ t \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5t \\ t \\ t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7t \\ 19t \\ t \end{bmatrix}$       (b)  $\lambda = 1; \begin{bmatrix} \frac{1}{2}t \\ -\frac{1}{2}t \\ t \end{bmatrix}$

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 3.1 [página 105]**

3. (a)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (-1, -1)$       (b)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (-7, -2)$       (c)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (2, 1)$       (d)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (a, b)$   
 (e)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (-5, 12, -6)$       (f)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (1, -1, -2)$       (g)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (-a, -b, -c)$       (h)  $\overrightarrow{P_1 P_2} = (a, b, c)$
4. (a)  $Q(5, 10, -8)$  é uma resposta possível.      (b)  $Q(-7, -4, -2)$  é uma resposta possível.
5. (a)  $P(-1, 2, -4)$  é uma resposta possível.      (b)  $P(7, -2, -6)$  é uma resposta possível.
6. (a)  $(-2, 1, -4)$       (b)  $(-10, 6, 4)$       (c)  $(-7, 1, 10)$   
 (d)  $(80, -20, -80)$       (e)  $(132, -24, -72)$       (f)  $(-77, 8, 94)$
7.  $x = (-\frac{8}{3}, \frac{1}{2}, \frac{8}{3})$       8.  $c_1 = 2, c_2 = -1, c_3 = 2$       10.  $c_1 = c_2 = c_3 = 0$
11. (a)  $(\frac{9}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$       (b)  $(\frac{23}{4}, -\frac{9}{4}, \frac{1}{4})$       12. (a)  $x' = 5, y' = 8$       (b)  $x = -1, y = 3$
14.  $u = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right), v = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), u+v = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right), u-v = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}, \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 3.2 [página 108]**

1. (a) 5      (b)  $\sqrt{13}$       (c) 5      (d)  $2\sqrt{3}$       (e)  $3\sqrt{6}$       (f) 6
2. (a)  $\sqrt{13}$       (b)  $2\sqrt{26}$       (c)  $\sqrt{209}$       (d)  $3\sqrt{2}$
3. (a)  $\sqrt{83}$       (b)  $\sqrt{17} + \sqrt{26}$       (c)  $4\sqrt{17}$       (d)  $\sqrt{466}$       (e)  $\left(\frac{3}{\sqrt{61}}, \frac{6}{\sqrt{61}}, -\frac{4}{\sqrt{61}}\right)$       (f) 1
4.  $k = \pm \frac{4}{\sqrt{30}}$       6. (b)  $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$       (c)  $(\frac{2}{3}, -\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$       7. (b)  $(6\sqrt{3} + 5\sqrt{2}, 6 - 5\sqrt{2})$
8. Uma esfera de raio 1 centrada em  $(x_0, y_0, z_0)$       12. Sim
13. (a)  $a = c = 0$       (b) Pelo menos um dentre  $a$  e  $c$  deve ser não-nulo, ou seja,  $a^2 + c^2 > 0$
14. (a) A distância de  $x$  à origem é menor do que 1.      (b)  $\|x - x_0\| > 1$

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 3.3 [página 113]**

1. (a) -11      (b) -24      (c) 0      (d) 0      2. (a)  $-\frac{11}{\sqrt{13}\sqrt{74}}$       (b)  $-\frac{3}{\sqrt{10}}$       (c) 0      (d) 0
3. (a) Ortogonal      (b) Obtuso      (c) Agudo      (d) Obtuso

4. (a)  $(0, 0)$  (b)  $(\frac{8}{13}, -\frac{12}{13})$  (c)  $(-\frac{16}{13}, 0, -\frac{80}{13})$  (d)  $(\frac{16}{89}, \frac{12}{89}, \frac{32}{89})$   
 5. (a)  $(6, 2)$  (b)  $(-\frac{31}{13}, -\frac{11}{13})$  (c)  $(\frac{55}{13}, 1, -\frac{11}{13})$  (d)  $(\frac{73}{89}, -\frac{12}{89}, -\frac{32}{89})$   
 6. (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$  (c)  $\frac{18}{\sqrt{22}}$  (d)  $\frac{43}{\sqrt{54}}$  8. (b)  $(3k, 2k)$  com um escalar  $k$  qualquer. (c)  $(\frac{4}{3}, \frac{3}{3}), (-\frac{4}{3}, -\frac{3}{3})$   
 9. (a) 102 (b)  $125\sqrt{2}$  (c) 170 (d) 170  
 10. Por exemplo,  $(2, -5, 0), (-3, 0, 5), (0, 3, 2), (1, -5, -5), (-3, 3, 7)$   
 11.  $\cos \theta_1 = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \theta_2 = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \cos \theta_3 = 0$  12. O ângulo reto está em B.  
 13.  $\pm(1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$   
 14. (a)  $\frac{10}{3}$  (b)  $-\frac{6}{5}$  (c)  $\frac{-60 + 34\sqrt{3}}{33}$  (d)  $\frac{1}{2}$   
 15. (a) 1 (b)  $\frac{1}{\sqrt{17}}$  (c)  $\frac{6}{\sqrt{10}}$  18.  $\arccos(\frac{2}{\sqrt{6}})$   
 19. (b)  $\cos \beta = \frac{b}{\|v\|}, \cos \gamma = \frac{c}{\|v\|}$  20.  $\theta_1 \approx 71^\circ, \theta_2 \approx 61^\circ, \theta_3 \approx 36^\circ$   
 24. (a) Não existe o produto escalar do vetor  $u$  com um escalar. (b) Um escalar está sendo somado ao vetor  $w$ .  
 (c) Escalares não tem normas. (d) Não existe o produto escalar do escalar  $k$  com um vetor.  
 25. Sim; por exemplo, se  $a$  e  $u$  são ortogonais. 26. Não; a equação só diz que  $u$  é ortogonal a  $v - w$ .  
 27.  $r = (u \cdot r) \frac{u}{\|u\|^2} + (v \cdot r) \frac{v}{\|v\|^2} + (w \cdot r) \frac{w}{\|w\|^2}$  28. Teorema de Pitágoras.

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 3.4 [página 119]

1. (a)  $(32, -6, -4)$  (b)  $(-14, -20, -82)$  (c)  $(27, 40, -42)$   
 (d)  $(0, 176, -264)$  (e)  $(-44, 55, -22)$  (f)  $(-8, -3, -8)$   
 2. (a)  $(18, 36, -18)$  (b)  $(-3, 9, -3)$  3. (a)  $\sqrt{59}$  (b)  $\sqrt{101}$  (c) 0  
 4. (a)  $\frac{\sqrt{374}}{2}$  (b)  $\sqrt{285}$  7. Por exemplo,  $(1, 1, 1) \times (2, -3, 5) = (8, -3, -5)$   
 8. (a) -10 (b) -110 9. (a) -3 (b) 3 (c) 3 (d) -3 (e) -3 (f) 0  
 10. (a) 16 (b) 45 11. (a) Não (b) Sim (c) Não 12.  $\pm(0, \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$   
 13.  $(\frac{6}{\sqrt{61}}, -\frac{3}{\sqrt{61}}, \frac{4}{\sqrt{61}}), (-\frac{6}{\sqrt{61}}, \frac{3}{\sqrt{61}}, -\frac{4}{\sqrt{61}})$  15.  $2(v \times u)$  16.  $\frac{12\sqrt{13}}{49}$   
 17. (a)  $\frac{\sqrt{26}}{2}$  (b)  $\frac{\sqrt{26}}{3}$  19. (a)  $\frac{2\sqrt{141}}{\sqrt{29}}$  (b)  $\frac{\sqrt{137}}{3}$  21. (a)  $\sqrt{122}$  (b)  $\theta \approx 40^\circ 19'$   
 22. Qualquer múltiplo escalar de  $(2, 2, 1)$   
 23. (a)  $m = (0, 1, 0)$  e  $n = (1, 0, 0)$  (b)  $(-1, 0, 0)$  (c)  $(0, 0, -1)$   
 28.  $(-8, 0, -8)$  31. (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{1}{2}$  35. (b)  $u \cdot w \neq 0, v \cdot w = 0$   
 36. Não, a equação é equivalente a  $u \times (v - w) = 0$  e portanto, a  $v - w = t u$  para algum escalar  $t$ .  
 37.  $u \times (v \times w) \neq (u \times v) \times w$ , em geral. 38. São colineares.  
 39. Por exemplo,  $a b = b a, (a b) c = a (b c)$  e  $a b = 0$  implica  $a = 0$  ou  $b = 0$ .

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 3.5 [página 125]**

1. (a)  $-2(x+1) + (y-3) - (z+2) = 0$  (b)  $(x-1) + 9(y-1) + 8(z-4) = 0$   
(c)  $2z = 0$  (d)  $x + 2y + 3z = 0$
2. (a)  $-2x + y - z - 7 = 0$  (b)  $x + 9y + 8z - 42 = 0$   
(c)  $2z = 0$  (d)  $x + 2y + 3y = 0$
3. (a)  $(0, 0, 5)$  é um ponto no plano e  $\mathbf{n} = (-3, 7, 2)$  é um vetor normal, de modo que  $-3(x-0) + 7(y-0) + 2(z-5) = 0$  é uma forma ponto-normal; outros pontos e outras normais também dão respostas corretas.  
(b)  $(x-0) + 0(y-0) - 4(z-0) = 0$  é uma possibilidade.
4. (a)  $2y - z + 1 = 0$  (b)  $x + 9y - 5z - 26 = 0$
5. (a) Não paralelos (b) Paralelos (c) Paralelos 6. (a) Paralelos (b) Não paralelos
7. (a) Não perpendiculares (b) Perpendiculares 8. (a) Perpendiculares (b) Não perpendiculares
9. (a)  $x = 3 + 2t, y = -1 + t, z = 2 + 3t$  (b)  $x = -2 + 6t, y = 3 - 6t, z = -3 - 2t$   
(c)  $x = 2, y = 2 + t, z = 6$  (d)  $x = t, y = -2t, z = 3t$
10. (a)  $x = 5 + t, y = -2 + 2t, z = 4 - 4t$  (b)  $x = 2t, y = -t, z = -3t$
11. (a)  $x = -12 - 7t, y = -41 - 23t, z = t$  (b)  $x = \frac{5}{2}t, y = 0, z = t$
12. (a)  $(-2, 4, 1) \cdot (x+1, y-2, z-4) = 0$  (b)  $(-1, 4, 3) \cdot (x-2, y, z+5) = 0$   
(c)  $(-1, 0, 0) \cdot (x-5, y+2, z-1) = 0$  (d)  $(a, b, c) \cdot (x, y, z) = 0$
13. (a) Paralelos (b) Não paralelos 14. (a) Perpendiculares (b) Não perpendiculares
15. (a)  $(x, y, z) = (-1, 2, 3) + t(7, -1, 5) \quad (-\infty < t < +\infty)$   
(b)  $(x, y, z) = (2, 0, -1) + t(1, 1, 1) \quad (-\infty < t < +\infty)$   
(c)  $(x, y, z) = (2, -4, 1) + t(0, 0, -2) \quad (-\infty < t < +\infty)$   
(d)  $(x, y, z) = (0, 0, 0) + t(a, b, c) \quad (-\infty < t < +\infty)$
17.  $2x + 3y - 5z + 36 = 0$  18. (a)  $z = 0$  (b)  $y = 0$  (c)  $x = 0$
19. (a)  $z - z_0 = 0$  (b)  $x - x_0 = 0$  (c)  $y - y_0 = 0$  20.  $7x + 4y - 2z = 0$
21.  $5x - 2y + z - 34 = 0$  22.  $(-\frac{173}{3}, -\frac{43}{3}, \frac{49}{3})$  23.  $y + 2z - 9 = 0$
24.  $x - y - 4z - 2 = 0$  26.  $x = \frac{11}{5}t - 2, y = -\frac{2}{5}t + 5, z = t$
27.  $x + 5y + 3z - 18 = 0$  28.  $(x-2) + (y+1) - 3(z-4) = 0$
29.  $4x + 13y - z - 17 = 0$  30.  $3x + 10y + 4z - 53 = 0$  31.  $3x - y - z - 2 = 0$
32.  $5x - 3y + 2z - 5 = 0$  33.  $2x + 4y + 8z + 13 = 0$  36.  $x - 4y + 4z + 9 = 0$
37. (a)  $x = \frac{11}{23} + \frac{7}{23}t, y = -\frac{41}{23} - \frac{1}{23}t, z = t$  (b)  $x = -\frac{2}{5}t, y = 0, z = t$
39. (a)  $\frac{5}{3}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{29}}$  (c)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  40. (a)  $\frac{1}{2\sqrt{26}}$  (b) 0 (c)  $\frac{2}{\sqrt{6}}$
42. (a)  $\frac{x-3}{2} = y+1 = \frac{z-2}{3}$  (b)  $\frac{x+2}{6} = -\frac{y-3}{6} = -\frac{z+3}{2}$
43. (a)  $x - 2y - 17 = 0$  e  $x + 4z - 27 = 0$  é uma resposta possível. (b)  $x - 2y = 0$  e  $-7y + 2z = 0$  é uma resposta possível.
44. (a)  $\theta \approx 35^\circ$  (b)  $\theta \approx 79^\circ$  45.  $\theta \approx 75^\circ$  46. São idênticas. 47. São perpendiculares. 48. É o segmento de reta ligando  $P_1$  a  $P_2$ .
49. Por exemplo,  $x = x_0 + 2t, y = y_0 + 3t, z = z_0 + 5t$  e  $x = x_0 + t, y = y_0 - 4t, z = z_0 + 2t$

**CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 4.1 [página 135]**

1. (a)  $(-1, 9, -11, 1)$  (b)  $(22, 53, -19, 14)$  (c)  $(-13, 13, -36, -2)$   
(d)  $(-90, -114, 60, -36)$  (e)  $(-9, -5, -5, -3)$  (f)  $(27, 29, -27, 9)$

2.  $(\frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5})$  3.  $c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = -1, c_4 = 1$
5. (a)  $\sqrt{29}$  (b) 3 (c) 13 (d)  $\sqrt{31}$
6. (a)  $\sqrt{133}$  (b)  $\sqrt{30} + \sqrt{77}$  (c)  $4\sqrt{30}$  (d)  $\sqrt{1811}$  (e)  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{3\sqrt{2}}, \frac{2}{3\sqrt{2}}, \frac{2}{3\sqrt{2}})$  (f) 1
8.  $k = \pm \frac{5}{7}$  9. (a) 7 (b) 14 (c) 7 (d) 11 10. (a)  $(\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}), (-\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{3}{\sqrt{10}})$
11. (a)  $\sqrt{10}$  (b)  $\sqrt{56}$  (c)  $\sqrt{59}$  (d) 10
14. (a) Sim (b) Não (c) Sim (d) Não (e) Não (f) Sim
15. (a)  $k = -3$  (b)  $k = -2, k = -3$
16.  $\pm \frac{1}{37}(-34, 44, -6, 11)$  19.  $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2$  20. -6
22. O componente na direção de  $\mathbf{a}$  é  $\text{proj}_{\mathbf{a}} \mathbf{u} = \frac{4}{15}(-1, 1, 2, 3)$ ; o componente ortogonal é  $\frac{1}{15}(34, 11, 52, -27)$ .
23. Não intersectam.
33. (a) A medida euclidiana da "caixa" no  $R^n$  é  $a_1 a_2 \cdots a_n$  (b) O comprimento da diagonal é  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}$
34. (b) A lei do paralelogramo: A soma dos quadrados dos comprimentos dos quatro lados de um paralelogramo é igual à soma dos quadrados das duas diagonais.
35. (a)  $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \sqrt{2}$  36. Sim, pois quaisquer dois vetores estão num plano.
37. (a) Verdadeira (b) Verdadeira (c) Falsa (d) Verdadeira (e) Verdadeira, a menos que  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 4.2 [página 146]

1. (a) Linear;  $R^3 \rightarrow R^2$  (b) Não-linear;  $R^2 \rightarrow R^3$  (c) Linear;  $R^3 \rightarrow R^3$  (d) Não-linear;  $R^4 \rightarrow R^2$
2. (a)  $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 7 & 2 & -8 \\ 0 & -1 & 5 \\ 4 & 7 & -1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
3.  $\begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}; T(-1, 2, 4) = (3, -2, -3)$
4. (a)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix}$
5. (a)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 7 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
6. (a)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 3 \\ 13 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -2x_1 + x_2 + 4x_3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 \\ 6x_1 - x_3 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -x_1 + x_2 \\ 2x_1 + 4x_2 \\ 7x_1 + 8x_2 \end{bmatrix}$
7. (a)  $T(-1, 4) = (5, 4)$  (b)  $T(2, 1, -3) = (0, -2, 0)$
8. (a)  $(-1, -2)$  (b)  $(1, 2)$  (c)  $(2, -1)$
9. (a)  $(2, -5, -3)$  (b)  $(2, 5, 3)$  (c)  $(-2, -5, 3)$

10. (a) (2, 0) (b) (0, -5) 11. (a) (-2, 1, 0) (b) (-2, 0, 3) (c) (0, 1, 3)
12. (a)  $\left(\frac{3\sqrt{3}+4}{2}, \frac{3-4\sqrt{3}}{2}\right)$  (b)  $\left(\frac{3-4\sqrt{3}}{2}, \frac{-3\sqrt{3}-4}{2}\right)$  (c)  $\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$  (d) (4, 3)
13. (a)  $\left(-2, \frac{\sqrt{3}-2}{2}, \frac{1+2\sqrt{3}}{2}\right)$  (b) (0, 1,  $2\sqrt{2}$ ) (c) (-1, -2, 2)
14. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
15. (a)  $\left(-2, \frac{\sqrt{3}+2}{2}, \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}\right)$  (b)  $(-2\sqrt{2}, 1, 0)$  (c) (1, 2, 2)
16. (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$  17. (a)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
18. (a)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
19. (a)  $\begin{bmatrix} \sqrt{3}/8 & -\sqrt{3}/16 & 1/16 \\ 1/8 & 3/16 & -\sqrt{3}/16 \\ 0 & 1/8 & \sqrt{3}/8 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
20. (a) Sim (b) Sim (c) Não 21. (a) Sim (b) Não 22.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
24.  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3}(1-\cos\theta)+\cos\theta & \frac{1}{3}(1-\cos\theta)-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta & \frac{1}{3}(1-\cos\theta)-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta \\ \frac{1}{3}(1-\cos\theta)-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta & \frac{1}{3}(1-\cos\theta)+\cos\theta & \frac{1}{3}(1-\cos\theta)-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta \\ \frac{1}{3}(1-\cos\theta)-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta & \frac{1}{3}(1-\cos\theta)-\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta & \frac{1}{3}(1-\cos\theta)+\cos\theta \end{bmatrix}$
26.  $135^\circ$  28. (c)  $90^\circ$  29. (a) Duas vezes a projecção ortogonal no eixo  $x$   
(b) Duas vezes a reflexão em torno do eixo  $x$
30. (a) A coordenada  $x$  é esticada por um fator de 2 e a coordenada  $y$  é esticada por um fator de 3.  
(b) Rotação por um ângulo de  $30^\circ$
31. Rotação por um ângulo  $2\theta$
32. Rotação por um ângulo  $-\theta$

### CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 4.3 [página 154]

1. (a) Não-injetor (b) Injetor (c) Injetor (d) Injetor  
(e) Injetor (f) Injetor (g) Injetor
2. (a)  $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ; não-injetor (b)  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ ; injetor (c)  $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ ; não-injetor (d)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ ; injetor
3. O vetor (1, 3) não está na imagem, por exemplo.
4. O vetor (1, 6, 2) não está na imagem, por exemplo.

5. (a) Injetor:  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ ;  $T^{-1}(w_1, w_2) = (\frac{1}{3}w_1 - \frac{2}{3}w_2, \frac{1}{3}w_1 + \frac{1}{3}w_2)$  (b) Não-injetor

(c) Injetor:  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $T^{-1}(w_1, w_2) = (-w_2, -w_1)$  (d) Não-injetor

6. (a) Injetor:  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -5 \end{bmatrix}$ ;  $T^{-1}(w_1, w_2, w_3) = (w_1 - 2w_2 + 4w_3, -w_1 + 2w_2 - 3w_3, -w_1 + 3w_2 - 5w_3)$

(b) Não-injetor:

(c) Injetor:  $\begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{11}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ;  $T^{-1}(w_1, w_2, w_3) = \left( \frac{-3w_1 - 3w_2 + 11w_3}{2}, \frac{w_1 + w_2 - 3w_3}{2}, \frac{-w_1 + w_2 - w_3}{2} \right)$

(d) Não-injetor

7. (a) Reflexão em torno do eixo  $x$  (b) Rotação pelo ângulo de  $-\pi/4$  (c) Contração por um fator de  $\frac{1}{5}$   
(d) Reflexão em torno do plano  $yz$  (e) Dilatação pelo fator de 5.

8. (a) Linear (b) Não-linear (c) Linear (d) Linear

9. (a) Linear (b) Não-linear (c) Linear (d) Não-linear

10. (a) Linear (b) Não-linear

11. (a) Linear (b) Linear

12. (a) Para uma reflexão em torno do eixo  $y$ ,  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

(b) Para uma reflexão em torno do plano  $xz$ ,  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

(c) Para uma projeção ortogonal sobre o eixo  $x$ ,  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

(d) Para uma projeção ortogonal sobre o plano  $yz$ ,  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

(e) Para uma rotação por um ângulo positivo  $\theta$ ,  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ .

(f) Para uma dilatação por um fator  $k \geq 1$ ,  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} k \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ k \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$ .

13. (a)  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

(b)  $T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  e  $T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Assim,  $T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ .

$$(c) T(e_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ e } T(e_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \text{ Assim, } T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$14. (a) T(e_1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, T(e_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{5} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } T(e_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix}. \text{ Assim, } T = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}.$$

$$(b) T(e_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, T(e_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } T(e_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \text{ Assim, } T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$(c) T(e_1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, T(e_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } T(e_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}. \text{ Assim, } T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$15. (a) T_A(e_1) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, T_A(e_2) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ e } T_A(e_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$(b) T_A(e_1 + e_2 + e_3) = T_A(e_1) + T_A(e_2) + T_A(e_3) = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$(c) T_A(7e_3) = 7T_A(e_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 14 \\ -21 \end{bmatrix}$$

16. (a) Transformação linear  $R^2 \rightarrow R^3$ ; injetora

(b) Transformação linear  $R^3 \rightarrow R^2$ ; não-injetora

$$17. (a) \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (b) \left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \quad (c) \left(\frac{1-5\sqrt{3}}{4}, \frac{15-\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$18. (a) \lambda = 1; \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (b) \lambda = 1; \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix} \quad (c) \lambda = 1; \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (d) \lambda = \frac{1}{2}; \text{ todos vetores em } R^2 \text{ são autovetores}$$

$$\lambda = -1; \begin{bmatrix} 0 \\ t \end{bmatrix} \quad \lambda = -1; \begin{bmatrix} t \\ -t \end{bmatrix} \quad \lambda = 0; \begin{bmatrix} 0 \\ t \end{bmatrix}$$

$$19. (a) \lambda = 1; \begin{bmatrix} 0 \\ s \\ t \end{bmatrix} \quad \lambda = -1; \begin{bmatrix} t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (b) \lambda = 1; \begin{bmatrix} s \\ 0 \\ t \end{bmatrix} \quad \lambda = 0; \begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(c) \lambda = 2; \text{ todos vetores em } R^3 \text{ são autovetores} \quad (d) \lambda = 1; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{bmatrix}$$

$$20. (a) \text{ Sim} \quad (b) \text{ Sim} \quad 23. (a) \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (b) \left(\frac{1+5\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}-5}{2}\right)$$

25. (a) Falsa (b) Verdadeira (c) Falsa, pois  $x$  poderia ser 0 (d) Verdadeira

26. (a) A imagem de  $T$  está contida propriamente em  $R^n$ .

(b)  $T$  deve levar infinitos vetores em 0.