

MAT 226 - Equações Diferenciais I
Prova Substitutiva - 5 de dezembro de 2019

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1) (3 pts) Considere o operador diferencial $Ly = y'' + 2y' + 2y$.

- (a) Determine a solução geral da equação $Ly = 0$.
- (b) Calcule $L(\sin x)$ e $L(\cos x)$.
- (c) Encontre uma solução particular de $L(y) = \cos x$.
- (d) Resolva o pvi $Ly = \cos x$, $y(0) = y'(0) = 0$.

Questão 2) (3 pts) Seja I um intervalo.

(a) Mostre que se $y : I \rightarrow \mathbb{R}$ satisfaz $y'(x) = x |y(x)|$ para todo $x \in I$ e existe $x_0 \in I$ tal que $y(x_0) \neq 0$, então $y(x) \neq 0$ para todo $x \in I$.

(b) Resolva os pvis seguintes, esboçando os gráficos das soluções encontradas.

$$\left\{ \begin{array}{l} y' = x |y| \\ y(0) = -1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y' = x |y| \\ y(0) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y' = x |y| \\ y(0) = 1 \end{array} \right.$$

Questão 3) (3 pts) Seja $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) Calcule e^{At} , $t \in \mathbb{R}$.

(b) Mostre que toda solução do sistema $X' = AX$ satisfaz $\lim_{t \rightarrow \infty} \|X(t)\| = 0$.

Questão 4) (1 pt) Enuncie um teorema de existência e unicidade para a solução $Y(x)$, $Y : I \rightarrow \mathbb{R}^n$, de um pvi $Y' = F(x, Y)$, $Y(x_0) = Y_0$.