

MAT 320 - Introdução à Análise Complexa - Turma 42

3ª Prova - 23 de maio de 2019

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
Total	

Questão 1) (2 pts) Considere o caminho de integração $C = \{e^{2it}, -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\}$. Calcule

$$(a) \int_C z^4 dz, \quad (b) \int_C \frac{1}{z^4} dz.$$

Questão 2) (4 pts) Calcule as integrais

$$(a) \int_{|z-i|=1} \frac{1}{z^2+1} dz, \quad (b) \int_{|z+i|=1} \frac{1}{z^2+1} dz, \quad (c) \int_{|z|=3} \frac{1}{z^2+1} dz,$$

sendo os três círculos orientados no sentido anti-horário.

(d) Possui a função $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$ uma primitiva holomorfa definida no aberto $\{z \in \mathbb{C}; 0 < |z-i| < 2\}$?

Questão 3) (4 pts) (a) Fatore o polinômio $2z^2 + 5iz - 2$.

(b) Usando a fórmula integral de Cauchy, calcule a integral $\int_{|z|=1} \frac{1}{2z^2 + 5iz - 2} dz$.

(c) Parametrize o caminho de integração do item b por $z(\theta) = e^{i\theta}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, e verifique que é válida a fórmula $\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 4 \sin \theta} d\theta = \frac{2\pi}{3}$.