MAT 320 - Introdução à Análise Complexa - Turma 42

2^a Prova - 26 de abril de 2019

Nome : ______________________________

Número USP : ______________________________

Assinatura : ______________________________

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1) (1,5 pts)

(a) Calcule $(1-2i)^4$.

(b) Ache todos os valores de $\sqrt[4]{-7 + 24\,i}$.

Questão 2) (2,5 pts)

(a) Determine as partes real e imaginária u e v da função $f(z) = z^3$.

(b) Calcule as derivadas parciais de primeira ordem de u e de v e verifique que são satisfeitas as equações de Cauchy-Riemann.

Questão 3) (3 pts)

(a) Mostre que é holomorfa a função definida por $f(re^{i\theta}) = \sqrt{r}\, e^{i\frac{\theta}{2}}$, $r > 0$, $-\pi < \theta < \pi$.

(b) Calcule a derivada de f.

(c) Mostre que $f'(z) = \frac{1}{2f(z)}$ para todo z no domínio de f.

Equações de Cauchy-Rieman em coordenadas polares: $u_r = \frac{1}{r}\, v_\theta$, $v_r = -\frac{1}{r}\, v_\theta$.

Questão 4) (3 pts) Considere $f(z) = z\,|z|^2$, $z \in \mathbb{C}$.

(a) Mostre que as equações de Cauchy Riemann não são satisfeitas em todos os pontos.

(b) Mostre que o único ponto em que f é holomorfa é $z = 0$.