

MAT0450 - SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
IME-USP, 1º SEMESTRE DE 2018
5º TRABALHO EM GRUPO PRESENCIAL

Considere a função $f(x, y) = \frac{12(xy - 4x - 3y)}{x^2y^3}$ definida para $x > 0$ e $y > 0$.

(a) Mostre que $f(x, y) < f(12, 8)$ para todo $(x, y) \neq (12, 8)$.

(b) Considere a função $g(s, t) = f(e^s, e^t)$. Mostre que $g(s, t) \leq \frac{1}{256}$ para todo $(s, t) \in \mathbb{R}^2$.

Sugestões

(1) Escreva $f(x, y)$ como o produto de quatro fatores cuja soma é nula.

(2) Use que, para todos reais positivos a, b, c e d , tem-se $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$ e que, além disso, a igualdade só se verifica quando $a = b = c = d$. Cuidado para não aplicar a desigualdade quando não for satisfeita a hipótese de a, b, c e d serem positivos.

MAT0450 - SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
IME-USP, 1º SEMESTRE DE 2018
4º TRABALHO EM GRUPO PRESENCIAL

Considere a função $f(x, y) = \frac{12(xy - 4x - 3y)}{x^2y^3}$ definida para $x > 0$ e $y > 0$.

(a) Mostre que $f(x, y) < f(12, 8)$ para todo $(x, y) \neq (12, 8)$.

(b) Considere a função $g(s, t) = f(e^s, e^t)$. Mostre que $g(s, t) \leq \frac{1}{256}$ para todo $(s, t) \in \mathbb{R}^2$.

Sugestões

(1) Escreva $f(x, y)$ como o produto de quatro fatores cuja soma é nula.

(2) Use que, para todos reais positivos a, b, c e d , tem-se $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$ e que, além disso, a igualdade só se verifica quando $a = b = c = d$. Cuidado para não aplicar a desigualdade quando não for satisfeita a hipótese de a, b, c e d serem positivos.