

MAT 450 - Seminário de Resolução de Problemas - Turma 47

2ª Prova - 3 de julho de 2018

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1) (2 pts)

Seja n um inteiro positivo tal que $\left(\frac{1}{50} - \frac{1}{50+n}\right)^{-1}$ seja inteiro. Mostre que n divide 2.500.

Questão 2) (2 pts)

Quantos pares de arestas não-coplanares há em um prisma cuja base é um pentágono regular?

Questão 3) (3 pts) Considere a função $f(x, y) = \frac{12(xy - 4x - 3y)}{x^2y^3}$, definida para $x > 0$ e $y > 0$.

(a) Mostre que $f(x, y) \leq \frac{1}{4^4}$, $x > 0$ e $y > 0$.

(b) Encontre x_0 e y_0 positivos tais que $f(x, y) < f(x_0, y_0)$ para todo $(x, y) \neq (x_0, y_0)$, $x > 0$, $y > 0$.

Sugestões: (1) Note que f pode ser escrita como $f(x, y) = \frac{2}{y} \cdot \frac{2}{y} \cdot \frac{3}{x} \left(1 - \frac{4}{y} - \frac{3}{x}\right)$.

(2) Use que, dados a, b, c e d positivos, tem-se $\sqrt[4]{abcd} \leq \frac{a+b+c+d}{4}$, a igualdade ocorrendo só se $a = b = c = d$.

Questão 4) (3pts) Determine todos os pares (x, y) de inteiros positivos tais que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{50}$.

Sugestão de roteiro: (1) Para cada solução (x, y) , mostre que $x > 50$ e $y > 50$. (2) Para cada solução (x, y) que satisfaça $x < y$, mostre que $x < 100$. (3) Use divisibilidade.