

**MAT 450 - Seminário de Resolução de Problemas - Turma 47**

**1ª Prova - 8 de maio de 2018**

Nome : \_\_\_\_\_

Número USP : \_\_\_\_\_

Assinatura : \_\_\_\_\_

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
4	
Total	

**Questão 1)** Mostre que  $n^2 + 2n$  é divisível por 3, para qualquer inteiro positivo  $n$ .

Sugestão: separe em casos, antes notando que é fácil provar a afirmação se  $n$  for divisível por 3.

**Questão 2)** Quantos números com 6 algarismos possuem pelo menos 1 algarismo par?

Sugestão: pense no complementar.

**Questão 3)** É dado o segmento de reta  $\overline{AB}$ , de comprimento  $2a$  e ponto médio  $M$ . Tome um ponto  $F$  na reta perpendicular a  $\overline{AB}$  passando por  $M$ , de modo que a distância  $b$  de  $F$  a  $M$  seja maior do que  $a$ . Seja  $Q$  um dos pontos de interseção da circunferência de centro  $M$  e raio  $a$  com a circunferência de raio  $\frac{b}{2}$  que passa por  $F$  e  $M$ .

Calcule a distância de  $F$  a  $Q$ .

**Questão 4)** Seja ABCD um paralelogramo. Sejam  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  e  $D_0$  os pontos médios dos lados  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DA}$  e  $\overline{AB}$ , respectivamente. Mostre que as interseções dos segmentos  $\overline{AA_0}$ ,  $\overline{BB_0}$ ,  $\overline{CC_0}$  e  $\overline{DD_0}$  formam um paralelogramo.