

1. Considere a função real $f(x) = 3x$ e o número fuzzy A definido assim:

$$A(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \\ -x + 3 & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

a) Esboce o gráfico do número fuzzy.

b) Se $\hat{f} : \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{F}(\mathbb{R})$ é a extensão de Zadeh da função f , calcule $\hat{f}(A)$.

c) Se um número fuzzy B é conexo e seus níveis são denotados por $[B]^\alpha = [a_\alpha, b_\alpha]$ como fica $[\hat{f}(B)]^\alpha$?

2. Calcular as seguintes operações com intervalos:

$$[-2, 3] + [0, 1] \quad (2)$$

$$[-2, 3] \cdot [-4, 0] \quad (3)$$

$$([-2, 3] \cdot [-1, 0]) \cdot [1, 2] \quad (4)$$

$$[-2, 3] \cdot ([-1, 0] \cdot [1, 2]) \quad (5)$$

Você acha que vale a propriedade associativa para a multiplicação de intervalos?

3. Defino a seguinte família de conjuntos fuzzy:

$$A_n(x) = \begin{cases} x - n + 1 & \text{se } n - 1 \leq x \leq n \\ -x + n + 1 & \text{se } n \leq x \leq n + 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

Se $\hat{+}$ denota a extensão de Zadeh da soma de números, calcule $A_2 \hat{+} A_5$.

4. No conjunto dos números inteiros \mathbb{Z} introduzimos a relação binária $R \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ definida como: um número x está relacionado a um número y se $x - y$ for múltiplo de 3. Mostre que é uma relação de equivalência e diga quantas classes de equivalência tem este conjunto.

5. Temos os conjuntos finitos U, V e W . U tem quatro elementos e os outros conjuntos com três elementos. Temos as relações fuzzy $R \in \mathcal{F}(U \times V)$ e $S \in \mathcal{F}(V \times W)$ dadas pelas matrizes:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0.0 \\ 1 & 0.1 & 0.4 & 1.0 \end{pmatrix} \text{ e } S = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 \\ 1 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Achar a relação composta $S \circ R$.