

1. Considere a  $t$ -norma  $\Delta$  definida por  $a\Delta b = (a + b - 1) \vee 0$  e a implicação fuzzy dada por  $a \rightarrow b = (1 - a + b) \wedge 1$  e sejam  $A \in \mathcal{F}(U)$  e  $B \in \mathcal{F}(V)$  dois subconjuntos fuzzy que satisfazem  $\bigvee_{x \in U} A(x) = 1$  e  $\bigvee_{y \in V} B(y) = 1$ .

Sendo  $R(x, y) = A(x) \rightarrow B(y)$  mostre que vale a fórmula:

$$B(y) = \bigvee_{x \in U} R(x, y) \Delta A(x) \quad (1)$$

2. Sejam  $U = [-1, 1]$  e  $V = [0, 100]$ . Em  $U$  consideramos as variáveis linguísticas:  $x$  é muito baixo,  $x$  é normal,  $x$  é muito alto para  $U$  e as variáveis linguísticas  $y$  é muito bom,  $y$  é bom,  $y$  é razoável,  $y$  é fraco.

Agora considere as seguintes regras:

- $R_1$ : Se  $x$  é muito baixo então  $y$  é fraco ou  $y$  é razoável.
- $R_2$ : Se  $x$  é normal então  $y$  é bom.
- $R_3$ : Se  $x$  é muito alto então  $y$  é bom ou  $y$  é muito bom.

Faça os modelos das variáveis linguísticas. Escreva como seria o modelo de Mamdani para este caso e calcule a saída para o caso em que  $x = 0.3$ .

3. Seja  $U = [-1, 1]$  e o subconjunto fuzzy  $A \in \mathcal{F}(U)$  definido por

$$A(x) = \begin{cases} 0.6 & \text{se } x \in [-1, 0.5] \\ 1.0 & \text{se } x \in (0.5, 1.0] \end{cases} \quad (2)$$

A defuzzificação de um subconjunto fuzzy  $A$  no intervalo  $U$  é um procedimento que associa  $A$  a um elemento de  $U$ . Definimos aqui dois deles:

a) **Centro de Gravidade:**

$$C_g(A) = \frac{\int_U x A(x) dx}{\int_U A(x) dx}. \quad (3)$$

b) **Centro dos Máximos:** Neste caso calculamos  $Max = \sup_{x \in U} A(x)$  definimos o conjunto  $M = \{x : A(x) = Max\} = A^{-1}(Max)$  e  $m_- = \inf M$ ,  $m_+ = \sup M$  e finalmente:

$$C_m(A) = \frac{m_- + m_+}{2} \quad (4)$$

Calcule os dois números para o conjunto fuzzy dado.