

1. Considere o reticulado $R = [0, 1]$ com o máximo e ínfimo de números reais como operadores binários do reticulado, isto é, $x \wedge y = \inf\{x, y\}$, e $x \vee y = \sup\{x, y\}$. Defina o adjunto de cada número como $x' = 1 - x$. Agora responda:

i) Este reticulado é limitado?

ii) Este reticulado é distributivo?

iii) Valem as equações de De Morgan para o reticulado? Ele é uma álgebra de Boole?

2. Mostre que as seguintes fórmulas são tautologias da cálculo proposicional clássico.

$$(a \wedge (a \rightarrow b)) \rightarrow b \quad (1)$$

$$(\neg b \wedge (a \rightarrow b)) \rightarrow \neg a \quad (2)$$

$$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c) \quad (3)$$

3. Ainda no contexto do cálculo proposicional clássico mostre que as fórmulas p e q abaixo são equivalentes.

$$p = a \vee b \quad (4)$$

$$q = (a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b) \quad (5)$$