Lista de exercícios de MAP2321 $\boxed{1}$

1. Ache a parte real de $z = \frac{3-i}{4+3i}$ e a parte imaginária de $z = \frac{(2-3i)^2}{2+3i}$.
2. Sendo $z = a + bi$ ache $\Im(1/z^2)$
3. Esboce no plano complexo o conjunto dos pontos que satisfazem:

$$|\mathrm{Arg}(z)| < \pi/2 \tag{1}$$
$$\Re(z^2) \leq 1 \tag{2}$$
$$-\pi \leq \Im(z) \leq \pi \tag{3}$$
$$2 \leq |z-1| \leq 5 \tag{4}$$
$$|2z+3| \leq 1 \tag{5}$$

4. Ache as soluções da equação

$$z^3 = 1 + i \tag{6}$$

5. Encontre um número complexo z talque $\exp(z) = -2$. Encontre outro número tal que $\exp(z) = 1 - i$.
6. Considere a equação diferencial

$$\ddot{z} + a\dot{z} + bz = A\exp(i\omega t) \tag{7}$$

com a, b e ω números reais. Então esta equação tem uma solução complexa da forma $z(t) = B\exp(i\omega t)$ se $b \neq \omega^2$ ou $a\omega \neq 0$. Calcule B em função de a, b, ω e A.
7. Encontre todos os x e y que satisfazem:

$$x + iy = x\exp(iy) \tag{8}$$

$$x\exp iy = \frac{1+i}{1-i} \tag{9}$$

8. Defina para z complexo as funções

$$\sin(z) = \frac{\exp(iz) - \exp(-iz)}{2i}$$

e

$$\cos(z) = \frac{\exp(iz) + \exp(-iz)}{2}$$

Mostre que

$$\sin(u+v) = \sin(u)\cos(v) + \cos(u)\sin(v) \tag{10}$$