Entregar a lista resolvida em 7 dias

1. Sejam $\alpha : [0,1] \to \mathbb{C}$ e $\beta : [0,1] \to \mathbb{C}$ duas curvas diferenciáveis que se cruzam num ponto z_0 num ângulo θ_0. Seja agora $f : \Omega \to \mathbb{C}$ uma função analítica num domínio Ω que comtém as duas curvas. Então as curvas diferenciáveis $f \circ \alpha$ e $f \circ \beta$ cruzam-se em $f(z_0)$ formando entre si um ângulo θ_0.

2. Seja Ω um domínio complexo e z_0, z_1, dois pontos de Ω. Um caminho de z_0 a z_1 é uma curva $\alpha : [0,1] \to \Omega$ tal que $\alpha(0) = z_0$ e $\alpha(1) = z_1$. Dizemos que dois caminhos,α e β entre z_0 e z_1 são homotópicos se existe uma aplicação contínua $H : [0,1] \times [0,1] \to \Omega$ tal que $H(0,t) = \alpha(t)$ e $H(1,t) = \beta(t)$ e $H(a,t)$ é um caminho de z_0 a z_1 para todo $a \in [0,1]$. Mostre que esta é uma relação de equivalência. Considere agora $\Omega = \mathbb{C} \setminus \{-2, 2\}$ e os pontos $z_0 = -i$ e $z_1 = i$. Esboce o máximo caminhos possíveis que não sejam homotópicos entre estes pontos, ou seja, um representante de cada classe de equivalência acima.

3. Ache uma parametrização para uma curva simples e fechada Γ em $\mathbb{C}$ cuja imagem é um quadrado com comprimento do lado 2 e centro em 0. Considere a função complexa

$$f(z) = \mathrm{Re}(z) + i|\mathrm{Im}(z)|.$$

Qual o maior domínio onde a função f é analítica. Calcule a integral:

$$\int_\Gamma f(z)dz.$$

4. Ache a integral das seguintes funções sobre a circunferência unitária parametrizada no sentido anti-horário.

$$f(z) = |z| \tag{1}$$
$$f(z) = 1/(2z-5) \tag{2}$$
$$f(z) = 1/(z^2+2) \tag{3}$$

5. Dizer quais são todos os resultados possíveis da integral

$$\int_C \frac{dz}{1+z^2}$$

onde C é uma curva simples fechada parametrizada no sentido anti-horário.