

1. Achar as formas canônicas de Jordan, verificar se são instáveis, e se forem instáveis dê uma trajetória que não converge para zero, para as seguintes matrizes:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

2. Colocar os seguintes pares de matrizes (A, B) na forma de Kalman:

$$A = \begin{pmatrix} -111 & 12 & 21 \\ -92 & -40 & 20 \\ 11 & 4 & -137 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -9 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 3 & 0 & 4 \\ -3 & -2 & -6 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (4)$$

3. Também colocar na forma de Kalman o sistema $\dot{x} = Ax + Bu$ com

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

4. Se temos a forma de blocos das matrizes A e B

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \mathbf{0} & A_3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

com $A_1 \in M_{k \times k}$ e $B_1 \in M_{k \times m}$. E se o posto de $[B|AB \cdots |A^{n-1}B]$ é k , mostre que o posto de $[B_1|A_1B_1 \cdots |A_1^{k-1}B_1]$ é k .

5. Mostre que se A é uma matriz quadrada que tem um autovalor λ tal que $\text{Re}(\lambda) = 0$, então A não é estável.