1. Achar a solução da equação diferencial ordinária:

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}\sin(t) \tag{1}$$

$$\begin{pmatrix}x(0)\\ y(0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} \tag{2}$$

2. Resolver a equação diferencial:

$$\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} + u_0\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\text{com } u_0 \text{ constante e} \tag{4}$$

$$\begin{pmatrix}x(0)\\ y(0)\\ z(0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\ 1\\ 1\end{pmatrix} \tag{5}$$

3. Dada a equação $\ddot{x}(t) = u(t)$ com as condições iniciais: $x(0) = 100$ e $\dot{x}(0) = 50$. Encontre um controle admissível constante por partes que leve o sistema deste estado inicial ao estado $(0, 10)$. (Pode ser em qualquer tempo.)

4. Mostre que num sistema de controle linear, com o conjunto dos controles admissíveis satisfazendo as propriedades vista em classe, se a partir do estado inicial $x_0 = 0$ consigo atingir um estado x_1 em tempo T_0, então posso atingí-lo em tempo $T_1 > T_0$. Ou seja, se há uma trajetória do sistema ligando 0 a x_1 em tempo T_0, então também existem trajetórias do sistema que ligam 0 a x_1 em qualquer tempo $T > T_0$.

5. Ache a matriz de controlabilidade de um sistema linear com as matrizes

$$A = \begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} \tag{6}$$