1. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Calcule $\omega(A)$ para esta matriz e mostre diretamente que se $\omega > \omega(A)$ então para todo x temos

$$|| \exp(tA)x|| \leq \exp(\omega t)||x|| \tag{2}$$

2. Uma matriz A é exponencialmente estável se existir constantes $M > 0$ e $\alpha > 0$ tal que para todo x vale

$$|| \exp(tA)x|| \leq M \exp(-\alpha t)||x|| \tag{3}$$

Mostre que A é estável se e somente se A é exponencialmente estável.
3. Verifique se a matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

é estável
4. Ache uma condição necessária e suficiente sobre os coeficientes para que um polinômio de dimensão 4 $p(\lambda) = \lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4$ seja estável.
5. Use o algoritmo de Routh para determinar se o seguinte polinômio é ou não estável

$$p(z) = z^5 + z^4 + 2z^3 + z^2 + 2z + 1 \tag{5}$$

6. Mostre que se $\omega(A) > 0$ então a matriz A não é estável.
7. Encontre condições necessárias e suficientes para que o polinômio com coeficientes complexos $z^2 + az + b$ tenha as duas raizes com a parte real negativas.
8. A equaçãoiferencial de um filtro elétrico é

$$L^2Cz''' + RLCz'' + 2Lz' + R \tag{6}$$
$$\text{com } R > 0, L > 0, C > 0 \tag{7}$$

verifique que o polinômio característico desta equação é estável
9. Suponha que uma matriz A tenha a seguinte estrutura de blocos:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

onde A_1 e B_2 são também matrizes quadradas. Mostre que o polinômio característico $p_{B_2}(\lambda)$ é um fator do polinômio característico $p_A(\lambda)$.

10. Mostre que para um polinômio qualquer $p(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots a_n$, com coeficientes complexos, o polinômio

$$q(z) = (z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots a_n)(z^n + \bar{a_1} z^{n-1} + \cdots \bar{a_n}) \tag{9}$$

tem coeficentes reais. Formule então uma condição necessária e suficiente para que $p(z)$ tenha raizes com a parte real negativa.