Segunda lista de exercícios MAP2321 $\boxed{\text{2-08}}$

1. Dadas as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Verifique se o par (A, B) é controlável. Se for diga qual é a equação diferencial linear de ordem três que é equivalente ao sistema. Se não for dar a forma de Kalman.

2. Considere o sistema de controle linear:

$$\dot{x} = 2x - y + u_1 \tag{1}$$
$$\dot{y} = 2y + z - u_2 \tag{2}$$
$$\dot{z} = z + 2u_1 - u_2 \tag{3}$$

Com a saída do sistema dada por

$$w = y + z \tag{4}$$

Verifique se o sistema é controlável. Verifique se é observável.

3. Seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Verifique que o par (A, B) não é controlável. As matrizes estão na forma normal de Kalman? Dê exemplo de um ponto de $\mathbb{R}^2$ que não pode ser atingido a partir de $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

4. Considere, para $a \neq 0$, a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para quais $B \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ o par (A, B) é controlável?

5. Dê um exemplo de um polinômio de grau tres com todos os coeficientes reais positivos mas que não seja estável.

6. Dê um exemplo de um sistema de controle linear que seja estabilizável mas não seja completamente estabilizável.