MAP2321 - TÉCNICAS EM TEORIA DO CONTROLE - LISTA 5

1. Calcule a Transformada de Laplace das funções definidas em $t \geq 0$ e a, b e c fixos:

$$f(t) = t^2 e^{-at} \qquad f(t) = e^{-at}\cos(\omega t)$$

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ a & 0 \leq t < b \\ -a & b \leq t \leq c \\ 0 & c < t \end{cases} \qquad f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ a & 0 \leq t < b \\ -a & b \leq t \leq c \\ f(t-c) & c < t \end{cases}$$

2. Calcule a Anti-transformada de Laplace das funções:

$$F(s) = \frac{1}{(s^2+3s+2)} \qquad F(s) = \frac{2s+3}{s^2+3s+2}$$

$$F(s) = \frac{s^2+2s+3}{(s+1)^3} \qquad F(s) = \frac{s^3+5s^2+10s+7}{s^2+3s+2}$$

$$F(s) = \frac{5s+10}{s^2(s+1)(s+3)} \qquad F(s) = \frac{3}{s(s^2+2s+5)}$$

3. Mostre que se existe a Transformada de Laplace de f, então $\mathcal{L}(tf(t)) = -\frac{d}{ds}F(s)$. Calcule a Transformada de Laplace de $f(t) = t\sin(\omega t)$

4. Resolva os problemas de Cauchy:

$$\begin{cases} \dddot{x} + 2\ddot{x} + 5\dot{x} - 3 = 0 \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0 \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0 \\ x(0) = a \\ \dot{x}(0) = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} - x = t^2 \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ddot{x} + x = 0 \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ddot{x} + x = \delta \\ x(0) = a \\ \dot{x}(0) = b \end{cases}$$

5. Demonstre o Teorema fundamental da Álgebra utilizando o Teorema de Rouche.

6. Calcule o resíduo em cada um dos polos:

$$f(z) = \frac{1}{z^2+1} \qquad f(z) = \frac{2z}{z^3+z^2-2}$$

$$f(z) = \frac{1-\cos(z)}{z^3} \qquad f(z) = \frac{e^z}{\sin(z)}$$

7. Calcules as integrais:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{cos(x)-2} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}, n \in \mathbb{N}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^4+x^2+1}dx \qquad \int_0^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2+a^2}dx$$

Date: 12 de novembro de 2007.