Lista de exercícios de MAP2110 $\boxed{6}$

Entregar dia 9 de junho, sexta-feira

1. Se $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ e $\vec{v_3}$ são três vetores de $\mathbb{R}^3$ mutuamente ortogonais e não nulos e $\vec{w}$ é um outro vetor tal que

$$< \vec{v_1}, \vec{w} > = < \vec{v_2}, \vec{w} > = < \vec{v_3}, \vec{w} > = 0$$

então mostre que $\vec{w}$ tem que ser o vetor nulo.

2. Achar todos os vetores de $\mathbb{R}^3$ que são ortogonais a $(2, 0, 1)$ e que formam um ângulo de $\pi/3$ com $(1, 1, 0)$. ($\cos \frac{\pi}{3} = 0.5$).

3. Determine a projeção do vetor $\vec{a} = (1, 2, 3)$ sobre o vetor $\vec{b} = (1, 2, 2)$.

4. Sejam $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ três vetores não nulos de $\mathbb{R}^3$. Imponha que o ângulo entre $\vec{a}$ e $\vec{c}$ seja igual ao ângulo entre $\vec{b}$ e $\vec{c}$. Mostre que o vetor $\vec{c}$ é ortogogal ao vetor $||\vec{b}||\vec{a} - ||\vec{a}||\vec{b}$.

5. Suponha que definimos uma nova forma de definir o comprimento de um vetor (a_1, a_2, a_3) como $||\vec{a}||_\infty = \max_i |a_i|$. Compare esta norma com a norma euclidiana, isto é, verifique se vale as mesmas propriedades da norma euclidiana. Generalize esta norma para o espaço $\mathbb{R}^n$. Em $\mathbb{R}^2$ represente os vetores com norma unitária.

6. Considere os vetores $\vec{a} = \vec{i}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$. Mostre que $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$ são linearmente independentes. Expresse os vetores canônicos, $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$. Expresse $(2, -3, 5)$ como combinação linear dos vetores $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$.