Lista de exercícios de MAP2110 $\boxed{5}$

Entregar dia 26 de maio, sexta-feira

1. Uma matriz quadrada de dimensão $n \times n$ satisfaz $A.A^t = I$, onde A^t é a transposta da matriz A e I é a matriz identidade. Mostre que $\det(A) = \pm 1$

2. Se a matriz A é simétrica, isto é, satisfaz $A = A^t$. Será que a matriz adjunta de A satizfaz a mesma propriedade?

3. Uma matriz M de dimensão 3×3 tem as colunas escolhidas por três dentre os vetores abaixo:

$$a = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{ou } d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Quais são os possíveis valores de $\det M$. Colocando-se adicionalmente a hipótese de que a primeira coluna é o vetor a e uma outra coluna é um múltiplo do vetor b e a outra é o vetor c. É possivel que esta matriz tenha determinante 1?.

4. Calcule o determinante das seguintes matrizes:

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & 6 \\ 6 & 14 & 10 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} a & b & m & n \\ c & d & o & p \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Resolver usando a regra de Craner:

$$\begin{aligned} -x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4 &= -32 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 + 9x_4 &= 14 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 &= 11 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 &= -4 \end{aligned}$$