# Lista de exercícios de MAP2110 4

**1.** Vamos denotar por $\mathcal{P}_n$ o conjunto das permutações do conjunto $S_n = \{1, \ldots, n\}$. Seja $\tau \in \mathcal{P}_n$ um elemento qualquer deste conjunto e definimos a função $L : \mathcal{P}_n \to \mathcal{P}_n$ pela fórmula $F(\sigma) = \tau.\sigma$. Mostre que esta função é injetora, ou seja se $F(\sigma_1) = F(\sigma_2)$ então $\sigma_1 = \sigma_2$. Mostre que esta função é também sobrejetora, isto é, para cada $\sigma \in \mathcal{P}_n$ existe pelo menos um elemento $\rho$ talque $F(\rho) = \sigma$.

**2.** Para cada uma das permutações abaixo, escritas na notação de Cauchy, escreva uma decomposição em translações e diga a paridade das permutações.

$$\text{a) } \sigma = (135)(24) \text{ em } \mathcal{P}_5 \tag{1}$$

$$\text{b) } \sigma = (1453)(2768) \text{ em } \mathcal{P}_8 \tag{2}$$

$$\text{c) } \sigma = (321)(789) \text{ em } \mathcal{P}_{10} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

**3.** Em $\mathcal{P}_5$, escreva o produto $\sigma_1.\sigma_2$ na notação de Cauchy nos seguintes casos:

$$\sigma_1 = (135) \text{ e } \sigma_2 = (24) \tag{5}$$

$$\sigma_1 = (135) \text{ e } \sigma_2 = (234) \tag{6}$$

$$\sigma_1 = (13)(245) \text{ e } \sigma_2 = (234)(15) \tag{7}$$

$$\sigma_1 = (15) \text{ e } \sigma_2 = (25)(143) \tag{8}$$

**4.** Uma determinada permutação $\sigma \in \mathcal{P}_n$ tem 3 ciclos. Compondo esta permutação com uma transposição quantos ciclos teria esta nova permutação?

**5.** Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz $n \times n$ e $\sigma$ uma permutação de $\mathcal{P}_n$. Defino uma nova matriz $\sigma A = (a'_{ij})$ onde $a'_{ij} = a_{\sigma i j}$. Ou seja $\sigma A$ é a matriz obtida de $A$ permutando as linhas de acordo com $\sigma$. Dados

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0.7 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } \sigma = (132)$$

Calcule $\sigma A$ e o determinante de $A$ e de $\sigma A$. Mostre que $\sigma A = (\sigma I)A$.