1. Na matriz A dada abaixo, para que valores do parâmetro α a matriz é ou não é invertível. Calcule a inversa quando ela existir.

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Achar a matriz da aplicação linear $F : V \to V$, onde $V = \mathcal{M}_{3x1}$ sabendo que a aplicação F satisfaz o seguinte:

$$F\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$F\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{2}$$

e

$$F\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

3. Porque a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ não é invertível? A aplicação linear gerada por esta matriz é injetora? é sobrejetora?

4. Defino o seguinte subconjunto P:

$$P = \left\{ \alpha \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\} \tag{4}$$

Mostre que P é um espaço vetorial. Ache uma aplicação linear $F : \mathcal{M}_{3x1} \to \mathcal{M}_{3x1}$ cuja imagem seja o espaço P.

5. Dada uma matrix mxn, $A = (a_{ij})$, a matriz transposta é uma matriz nxm, $A^t = (a^t_{ij})$ tal que $a^t_{ij} = a_{ji}$. Se A é uma matriz $2x2$ invertível e cuja matriz inversa é a transposta da própria matriz A, mostre que então existe $\theta \in \mathbb{R}$ tal que:

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$$