Lista de exercícios de MAP2110 — 1-extra

1. Resolver o seguinte sistema linear usando o método da eliminação de Gauss

$$\begin{gathered} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = -2 \end{gathered}$$

2. Determinar os parametros a, b e c na equação da curva $y = x^3 + ax^2 + bx + c$, sabendo que os pares de pontos $(0, 1)$, $(1, 4)$ e $(-1, 2)$ pertencem a esta curva no plano cartesiano.
3. No seguinte sistema linear: escrever a matriz estendida do sistema; colocar esta matriz na forma escalonada reduzida por linhas e resolver o sistema.

$$\begin{gathered} 3x + 2y - z + 3w = 2 \\ x - w = 1 \\ 4x + y - z = 0 \end{gathered}$$

4. Usar o método da eliminação de Gauss para achar a inversa da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 8 \end{pmatrix} \tag{1}$$

5. Resolver a equação matricial $Ax = B$ onde :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & -2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

6. As matrizes abaixo representam aplicações lineares. Quais são injetoras? Quais são sobrejetoras? Justifique.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Considere os seguintes vetores:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } v_3 = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Será que existem números reais α, β e γ tais que valha:

$$\alpha v_1 + \beta v_2 + \gamma v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} ?$$

8. Uma aplicação linear $F : V \to W$, com $V = M_{2x1}(\mathbb{R})$ e $W = M_{3x1}(\mathbb{R})$ é dada pela fórmula:

$$F\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x + 2y \\ x \\ x - y \end{pmatrix}$$

Esta aplicação é injetora? Qual a matriz de F? Você consegue achar uma outra aplicação linear $G : W \to V$ tal que a composição $G \circ F$ seja a aplicação identidade? (sugestão: transforme a questão numa equação matricial).

9. Seja

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 7 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Achar a matriz inversa de A e escrever a matriz inversa como produto de matrizes elementares.

10. Considerando o seguinte sistema linear:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -6 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

Para que valores de b_1, b_2 e b_3 este sistema não tem solução?