

ÚLTIMA LISTA DE EXERCÍCIOS DE MAE515

1. Esboce um exemplo de um jogo de barganha que mostre que o ponto de arbitragem de Kalai-Smorodinsky não satisfaz a propriedade da independência de alternativas irrelevantes.

Lembro que se $\Pi_{coop} \subset \mathbb{R}^2$ e $D \in \Pi_{coop}$ são, respectivamente a região de pagamento cooperativo e o ponto de desacordo de um jogo de barganha, com $\text{Bar}(\Pi_{coop}, D)$ denotando o conjunto de arganha. Seja $u_l = \max\{x : (x, y) \in \text{Bar}(\Pi_{coop}, D) \text{ para algum } y\}$ e $u_c = \max\{y : (x, y) \in \text{Bar}(\Pi_{coop}, D) \text{ para algum } x\}$. O ponto (u_l, u_c) é chamado de utopia. A intersecção do segmento entre D e (u_l, u_c) com o conjunto de barganha é o ponto de arbitragem de Kalai-Smorodinsky.

2. Encontre o ponto de arbitragem de Nash do jogo dada pela bimatriz:

$$A = \begin{pmatrix} (-1, 1) & (0, 0) \\ (1, -1) & (0, 1) \\ (-1, -1) & (1, 1) \end{pmatrix}$$

O ponto de desacordo são os valores maxmin.

3. Ache a forma característica do seguinte jogo na forma normal, são tres jogadores. Cada um tem duas estratégias.

Estratégias	pagamentos
111	(1, -1, 1)
112	(0, 0, 0)
121	(-1, 2, 0)
122	(0, 1, -1)
211	(1, 1, -2)
212	(-2, 1, 0)
221	(1, 0, 1)
222	(0, 0, 1)

Tabela 1: Jogo na forma normal

4. Mostre que o jogo das luvas, descrito na apostila, é superaditivo.
5. Mostre que o conjunto das imputações de uma função característica é sempre convexo.
6. No exercício 3 encontre um vetor de imputação e um elemento do núcleo.
7. Se um jogo é inessencial, qual o vetor de Shapley?
8. A relação de equivalência estratégica de um jogo é transitiva.
9. Se X é um conjunto estável então o núcleo é um subconjunto de X .
10. Defino uma função característica para um jogo de três jogadores:

$$\mu(p_1, p_2, p_3) = 50 \quad \mu(\emptyset) = 0 \tag{1}$$

$$\mu(p_1) = 0 \quad \mu(p_2) = -10 \quad \mu(p_3) = 10 \tag{2}$$

$$\mu(p_1, p_2) = 25 \quad \mu(p_1, p_3) = 30 \quad \mu(p_2, p_3) = 10 \tag{3}$$

Mostre que μ é superaditiva. Calcule os números de Shapley.