

QUINTA LISTA DE EXERCÍCIOS DE MAE515

1. Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz $n \times m$. Definimos os números: $u_l(A) = \max_i \min_j a_{ij}$ e $u_c(A) = \min_j \max_i a_{ij}$. Mostre que se a matriz tem sela então $u_l(A) = u_c(A)$.
2. Encontre os pontos de sela das seguintes matrizes, se houver, indicando os valores de $u_l(A)$ e $u_c(A)$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

3. Para que valores de a a matriz abaixo tem sela:

$$\begin{pmatrix} -2 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

4. Suponha que um jogo finito de soma zero com dois jogadores tenha a seguinte matriz de pagamento:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Se o jogador das colunas P_2 adotar a estratégia mista $\vec{q} = (0.5, 0.2, 0.3, 0)$. Calcular o valor esperado do ganho do jogador das linhas P_1 , para todas as estratégias puras a sua disposição. Isto é, calcule $E(i, \vec{q})$ para $i \in \{1, 2, 3\}$.

5. A matriz de pagamento de um jogo de soma zero é

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Qual seria a melhor estratégia mista para o jogador das linhas P_1 ? E para o jogador P_2 das colunas?