Décima segunda lista de exercícios de MAE515

1. Dada a bimatriz
$$A = \begin{pmatrix} (2,-1) & (-2,1) & (1,1) \\ (-1,2) & (0,2) & (1,-2) \end{pmatrix}$$
achar os valores maxmin dos dois jogadores. Esboçar a região de pagamento cooperativo e a região de barganha. Achar o par de arbitragem de Nash.

2. Um jogo é descrito pela bimatriz
$$A = \begin{pmatrix} (2,-3) & (-1,3) \\ (0,1) & (1,-2) \end{pmatrix}$$
Mostre que os pontos $(2,-3)$, $(-1,3)$ e $(0,1)$ são pontos ótimos de Pareto do conjunto de pagamento não cooperativo. Esboce o conjunto de pagamento cooperativo e encontre o par de arbitragem de Nash do jogo cooperativo.

3. Encontre o par de arbitragem de Nash dos jogos dados pelas seguintes bimatrizes:
$$A_1 = \begin{pmatrix} (-1,-1) & (4,0) \\ (0,4) & (-1,-1) \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} (-1,1) & (0,0) \\ (1,-1) & (0,1) \\ (-1,-1) & (1,1) \end{pmatrix}$$
$$A_3 = \begin{pmatrix} (-1/2,0) & (-1/2,-4) \\ (1,2) & (-2,4) \\ (4,-4) & (-1/2,0) \end{pmatrix}$$

4. Seja subconjunto $A \subset \mathbb{R}^2$. Definimos $A^{-1} = \{(v,u) : (u,v) \in A\}$. Um conjunto é simétrico quando $A = A^{-1}$. A envoltória convexa simétrica de um subconjunto $A \subset \mathbb{R}^2$ é $\mathrm{sco}(A) = \mathrm{co}(A \cup A^{-1})$. Mostre que $\mathrm{sco}(A)$ é um conjunto convexo. E que se $u + v \leq \alpha, \forall (u,v) \in A$ então $u + v \leq \alpha, \forall (u,v) \in \mathrm{sco}(A)$.

5. Dá pra fazer uma abordagem cooperativa num jogo de soma zero? Discuta um pouco o assunto.