Q1. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3. Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere os planos π_1 e π_2 dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : 2x - y + 3z = 5 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 6x - 3y + az = 12$$

no sistema Σ. Temos que os planos π_1 e π_2 serão paralelos se, e somente se:

(a) $a = 10$;
(b) $a = 0$;
(c) $a = -5$;
(d) $a = 3$;
(e) $a = 9$.

Q2. Sejam $A, B, C \in E^3$ pontos não colineares. Denote por P o ponto do segmento BC tal que $d(B,P) = \frac{1}{3}d(B,C)$ e por Q o ponto do segmento AC tal que $d(A,Q) = \frac{1}{4}d(A,C)$. Seja X o ponto de encontro dos segmentos AP e BQ. Se

$$\lambda = \frac{d(A,X)}{d(A,P)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{d(B,X)}{d(B,Q)},$$

então:

(a) $\lambda = \frac{1}{3}$ e $\mu = \frac{1}{2}$;
(b) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{2}{3}$;
(c) $\lambda = \frac{1}{3}$ e $\mu = \frac{2}{3}$;
(d) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{1}{2}$;
(e) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{3}{4}$.

Q3. Considere as seguintes afirmações:

(I) existe um único par ordenado (x, y) de números reais tal que:
$$3x^2 + y^2 - 12x - 6y + 21 = 0;$$
(II) se $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V^3$ for uma tripla linearmente dependente de vetores não nulos, então existirão $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tais que $\vec{v}_3 = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2$;
(III) para qualquer orientação do espaço e para quaisquer $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, vale que $\|\vec{v} \wedge \vec{w}\| = \|\vec{v}\|\|\vec{w}\|$ se, e somente se, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
(b) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
(d) todas as afirmações são verdadeiras;
(e) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

Q4. Sejam $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \in V^3$ vetores unitários tais que a medida do ângulo entre $\vec{e}_1$ e $\vec{e}_2$ seja igual a $\frac{\pi}{4}$, a medida do ângulo entre $\vec{e}_1$ e $\vec{e}_3$ seja igual a $\frac{\pi}{3}$ e a medida do ângulo entre $\vec{e}_2$ e $\vec{e}_3$ seja igual a $\frac{\pi}{6}$. Se $\vec{v} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, então $\|\vec{v}\|^2$ será igual a:

(a) $4 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$;
(b) $3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$;
(c) $\frac{1}{2}(7 + \sqrt{2} + \sqrt{3}\,)$;
(d) 3;
(e) $\sqrt{3}$.

Q5. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere os pontos:

$$A = (1, 1, -1)_\Sigma, \quad B = (0, 1, 1)_\Sigma, \quad C = (1, 2, 1)_\Sigma \quad \text{e} \quad D = (0, 0, 3)_\Sigma.$$

Temos que o volume do tetraedro de vértices A, B, C e D é igual a:

(a) 4;
(b) $\frac{1}{3}$;
(c) 1;
(d) $\frac{2}{3}$;
(e) $\frac{1}{2}$.

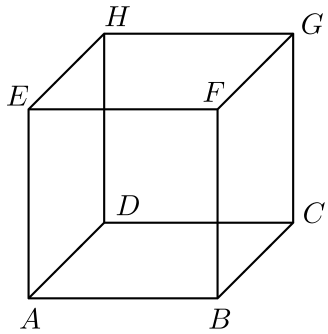
Q6. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere os planos π_1, π_2 e π_3 dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : 2x + 3y + 6z = 1, \quad \pi_2 : x + y + z = 3 \quad \text{e} \quad \pi_3 : x - 2y + z = 0$$

no sistema Σ. Seja $P = (x, y, z)_\Sigma$ um ponto em $\pi_2 \cap \pi_3$ tal que $d(P, \pi_1) = 1$ e tal que $2x + 3y + 6z > 0$. Temos que $y + z$ é igual a:

(a) $-\frac{9}{4}$;
(b) $\frac{3}{4}$;
(c) $\frac{1}{2}$;
(d) $\frac{5}{4}$;
(e) $\frac{1}{4}$.

Q7. Considere no espaço E^3 um cubo cujos vértices são A, B, C, D, E, F, G, H, em que $ABCD$, $ADHE$ e $ABFE$ são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Considere a base $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BC}\}$ de V^3. Se P for o ponto médio do segmento CG, então $[\overrightarrow{AP}]_{\mathcal{B}}$ será igual a:

(a) $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$;
(b) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$;
(c) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$;
(d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$;
(e) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$.

Q8. Seja $\mathcal{B}$ uma base ortonormal de V^3 e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, -1, 0)_{\mathcal{B}} \quad \text{e} \quad \vec{w} = (2, 1, 3)_{\mathcal{B}}.$$

Suponha que $\vec{w} = \vec{w}_1 + \vec{w}_2$, em que $\vec{w}_1$ é paralelo a $\vec{v}$ e $\vec{w}_2$ é ortogonal a $\vec{v}$. A soma das coordenadas do vetor $\vec{w}_2$ na base $\mathcal{B}$ é igual a:

(a) 6;
(b) 3;
(c) 5;
(d) -4;
(e) -3.

Q9. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere as retas r e s dadas pelas equações simétricas

$$r : \frac{x-1}{2} = y = \frac{z-1}{3} \qquad \text{e} \qquad s : 2x + 1 = y - 2 = \frac{z+1}{2}$$

no sistema Σ. Temos que a distância entre r e s é igual a:

(a) $\frac{9}{\sqrt{38}}$;
(b) $\frac{13}{\sqrt{38}}$;
(c) $\frac{21}{\sqrt{38}}$;
(d) $\frac{7}{\sqrt{38}}$;
(e) $\sqrt{38}$.

Q10. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π, em que $\mathcal{B}_\pi$ é ortonormal. Considere a parábola em π dada pela equação

$$x^2 - 2x - 8y + 25 = 0$$

no sistema Σ_π. Se $x, y \in \mathbb{R}$ forem tais que $(x, y)_{\Sigma_\pi}$ seja o foco dessa parábola, então $x + y$ será igual a:

(a) -2;
(b) $\frac{5}{2}$;
(c) 4;
(d) $\frac{3}{4}$;
(e) 6.