

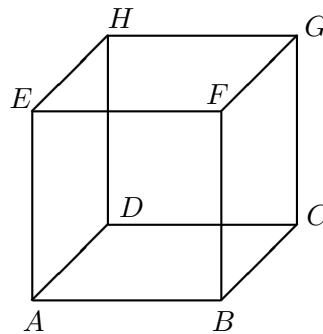
**Q1.** Considere as seguintes afirmações:

- (I) se  $r, s \subset E^3$  forem retas com vetores diretores  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ , respectivamente, e se  $P \in r$  e  $Q \in s$  forem tais que  $d(P, Q) = d(r, s)$ , então  $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{v} = 0$  e  $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{w} = 0$ ;
- (II) se  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V^3$  for uma tripla linearmente dependente de vetores e se o par  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  for linearmente independente, então existirão  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  tais que  $\vec{v}_3 = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2$ ;
- (III) para qualquer orientação do espaço e para quaisquer  $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$ , vale que  $(\vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 0$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (b) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (c) todas as afirmações são verdadeiras;
- (d) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
- (e) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

**Q2.** Considere no espaço  $E^3$  um cubo cujos vértices são  $A, B, C, D, E, F, G, H$ , em que  $ABCD, ADHE$  e  $ABFE$  são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Considere a base  $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{FD}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CH}\}$  de  $V^3$ . Se  $P$  for o ponto médio do segmento  $BH$ , então  $[\overrightarrow{AP}]_{\mathcal{B}}$  será igual a:

- (a)  $(\frac{1}{2}, 2, -1)$ ;
- (b)  $(-\frac{3}{2}, -2, -1)$ ;
- (c)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ ;
- (d)  $(\frac{1}{2}, -2, -1)$ ;
- (e)  $(-\frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2})$ .

**Q3.** Seja  $\mathcal{B}$  uma base ortonormal de  $V^3$  e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, 2, -1)_{\mathcal{B}}, \quad \vec{w} = (1, 4, -2)_{\mathcal{B}} \quad \text{e} \quad \vec{z} = (3, 1, 2)_{\mathcal{B}}.$$

Suponha que  $\vec{z} = \vec{z}_1 + \vec{z}_2$ , em que o vetor  $\vec{z}_1$  é uma combinação linear de  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  e o vetor  $\vec{z}_2$  é ortogonal a  $\vec{v}$  e a  $\vec{w}$ . A soma das coordenadas do vetor  $\vec{z}_1$  na base  $\mathcal{B}$  é igual a:

- (a) 5;
- (b) -4;
- (c) -3;
- (d) 6;
- (e) 3.

**Q4.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere os pontos:

$$A = (2, 1, -1)_{\Sigma}, \quad B = (1, 1, 3)_{\Sigma} \quad \text{e} \quad C = (1, 3, 4)_{\Sigma}.$$

Temos que a área do triângulo de vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$  é igual a:

- (a) 4;
- (b)  $\frac{1}{2}\sqrt{63}$ ;
- (c)  $\frac{1}{2}\sqrt{69}$ ;
- (d)  $\frac{9}{2}$ ;
- (e)  $\frac{1}{2}\sqrt{31}$ .

**Q5.** Sejam  $A, B, C \in E^3$  pontos não colineares. Denote por  $P$  o ponto do segmento  $BC$  tal que  $d(B, P) = \frac{1}{3}d(B, C)$  e por  $Q$  o ponto do segmento  $AC$  tal que  $d(A, Q) = \frac{1}{3}d(A, C)$ . Seja  $X$  o ponto de encontro dos segmentos  $AP$  e  $BQ$ . Se

$$\lambda = \frac{d(A, X)}{d(A, P)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{d(B, X)}{d(B, Q)},$$

então:

- (a)  $\lambda = \frac{1}{5}$  e  $\mu = \frac{1}{5}$ ;
- (b)  $\lambda = \frac{1}{5}$  e  $\mu = \frac{2}{5}$ ;
- (c)  $\lambda = \frac{4}{5}$  e  $\mu = \frac{3}{5}$ ;
- (d)  $\lambda = \frac{2}{5}$  e  $\mu = \frac{2}{5}$ ;
- (e)  $\lambda = \frac{3}{5}$  e  $\mu = \frac{3}{5}$ .

**Q6.** Considere fixada uma orientação do espaço e sejam  $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$  vetores tais que:

$$[\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}] = 4.$$

Temos que  $[\vec{v} + \vec{w} + \vec{z}, \vec{w} - \vec{z}, 2\vec{v} + \vec{z}]$  é igual a:

- (a) 12;
- (b) -6;
- (c) 0;
- (d) 6;
- (e) -12.

**Q7.** Sejam  $\pi \subset E^3$  um plano e  $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$  um sistema de coordenadas em  $\pi$ , em que  $\mathcal{B}_\pi$  é ortonormal. Considere a elipse em  $\pi$  dada pela equação

$$16x^2 + 25y^2 - 64x - 50y = 311$$

no sistema  $\Sigma_\pi$ . Os focos dessa elipse são:

- (a)  $(2, -3)_{\Sigma_\pi}$  e  $(2, 5)_{\Sigma_\pi}$ ;
- (b)  $(0, 1)_{\Sigma_\pi}$  e  $(4, 1)_{\Sigma_\pi}$ ;
- (c)  $(1, 1)_{\Sigma_\pi}$  e  $(3, 1)_{\Sigma_\pi}$ ;
- (d)  $(-1, 1)_{\Sigma_\pi}$  e  $(5, 1)_{\Sigma_\pi}$ ;
- (e)  $(2, -2)_{\Sigma_\pi}$  e  $(2, 4)_{\Sigma_\pi}$ .

**Q8.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ . Seja  $a \in \mathbb{R}$  e considere o plano  $\pi$  dado pela equação geral

$$\pi : x - ay + 3z = 5$$

no sistema  $\Sigma$ . Temos que a reta

$$r : X = (-1, 3, 2)_\Sigma + \lambda(4, 1, 3)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

será paralela ao plano  $\pi$  se, e somente se:

- (a)  $a = 6$ ;
- (b)  $a = 8$ ;
- (c)  $a = 10$ ;
- (d)  $a = 13$ ;
- (e)  $a = -5$ .

**Q9.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Seja  $P = (1, 3, 2)_\Sigma$  e considere o plano  $\pi$  dado pela equação geral

$$\pi : 2x - y + 4z = 6$$

no sistema  $\Sigma$ . Se  $Q \in \pi$  for tal que o vetor  $\overrightarrow{PQ}$  seja ortogonal a  $\pi$ , então a distância entre  $P$  e  $Q$  será igual a:

- (a)  $\frac{1}{21}$ ;
- (b)  $\frac{5}{\sqrt{21}}$ ;
- (c)  $\frac{3}{\sqrt{21}}$ ;
- (d)  $\frac{7}{\sqrt{21}}$ ;
- (e)  $\frac{1}{\sqrt{21}}$ .

**Q10.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere as retas:

$$r : X = (-1, 1, 1)_\Sigma + \lambda(0, 2, 1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{e}$$

$$s : X = (0, 1, 1)_\Sigma + \lambda(1, -1, 1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Se  $P = (x_1, y_1, z_1)_\Sigma$  e  $Q = (x_2, y_2, z_2)_\Sigma$  forem tais que  $P \in r$ ,  $Q \in s$  e  $d(P, Q) = d(r, s)$ , então  $x_1 + y_1 + z_1 + x_2 + y_2 + z_2$  será igual a:

- (a)  $\frac{10}{7}$ ;
- (b)  $\frac{20}{7}$ ;
- (c)  $\frac{1}{14}$ ;
- (d) 3;
- (e)  $\frac{3}{14}$ .