Q1. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere as retas:

$$r : X = (-1, 1, 1)_\Sigma + \lambda(0, 2, 1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R} \qquad \text{e}$$
$$s : X = (0, 1, 1)_\Sigma + \lambda(1, -1, 1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Se $P = (x_1, y_1, z_1)_\Sigma$ e $Q = (x_2, y_2, z_2)_\Sigma$ forem tais que $P \in r$, $Q \in s$ e $d(P, Q) = d(r, s)$, então $x_1 + y_1 + z_1 + x_2 + y_2 + z_2$ será igual a:

(a) 3;
(b) $\frac{1}{14}$;
(c) $\frac{20}{7}$;
(d) $\frac{10}{7}$;
(e) $\frac{3}{14}$.

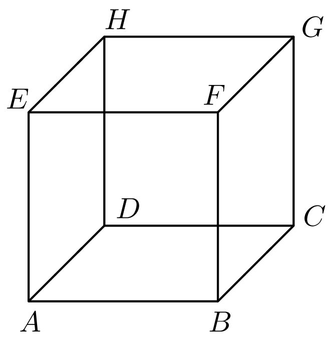
Q2. Sejam $A, B, C \in E^3$ pontos não colineares. Denote por P o ponto do segmento BC tal que $d(B, P) = \frac{1}{3} d(B, C)$ e por Q o ponto do segmento AC tal que $d(A, Q) = \frac{1}{3} d(A, C)$. Seja X o ponto de encontro dos segmentos AP e BQ. Se

$$\lambda = \frac{d(A, X)}{d(A, P)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{d(B, X)}{d(B, Q)},$$

então:

(a) $\lambda = \frac{3}{5}$ e $\mu = \frac{3}{5}$;
(b) $\lambda = \frac{1}{5}$ e $\mu = \frac{2}{5}$;
(c) $\lambda = \frac{2}{5}$ e $\mu = \frac{2}{5}$;
(d) $\lambda = \frac{1}{5}$ e $\mu = \frac{1}{5}$;
(e) $\lambda = \frac{4}{5}$ e $\mu = \frac{3}{5}$.

Q3. Considere no espaço E^3 um cubo cujos vértices são A, B, C, D, E, F, G, H, em que $ABCD$, $ADHE$ e $ABFE$ são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Considere a base $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{FD}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CH}\}$ de V^3. Se P for o ponto médio do segmento BH, então $[\overrightarrow{AP}]_{\mathcal{B}}$ será igual a:

(a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$;
(b) $\left(-\frac{3}{2}, -2, -1\right)$;
(c) $\left(\frac{1}{2}, 2, -1\right)$;
(d) $\left(-\frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2}\right)$;
(e) $\left(\frac{1}{2}, -2, -1\right)$.

Q4. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere os pontos:

$$A = (2, 1, -1)_\Sigma, \quad B = (1, 1, 3)_\Sigma \quad \text{e} \quad C = (1, 3, 4)_\Sigma.$$

Temos que a área do triângulo de vértices A, B e C é igual a:

(a) $\frac{9}{2}$;
(b) $\frac{1}{2}\sqrt{31}$;
(c) $\frac{1}{2}\sqrt{63}$;
(d) $\frac{1}{2}\sqrt{69}$;
(e) 4.

Q5. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Seja $P = (1, 3, 2)_\Sigma$ e considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : 2x - y + 4z = 6$$

no sistema Σ. Se $Q \in \pi$ for tal que o vetor $\overrightarrow{PQ}$ seja ortogonal a π, então a distância entre P e Q será igual a:

(a) $\frac{5}{\sqrt{21}}$;
(b) $\frac{3}{\sqrt{21}}$;
(c) $\frac{1}{21}$;
(d) $\frac{7}{\sqrt{21}}$;
(e) $\frac{1}{\sqrt{21}}$.

Q6. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π, em que $\mathcal{B}_\pi$ é ortonormal. Considere a elipse em π dada pela equação

$$16x^2 + 25y^2 - 64x - 50y = 311$$

no sistema Σ_π. Os focos dessa elipse são:

(a) $(1, 1)_{\Sigma_\pi}$ e $(3, 1)_{\Sigma_\pi}$;
(b) $(-1, 1)_{\Sigma_\pi}$ e $(5, 1)_{\Sigma_\pi}$;
(c) $(0, 1)_{\Sigma_\pi}$ e $(4, 1)_{\Sigma_\pi}$;
(d) $(2, -2)_{\Sigma_\pi}$ e $(2, 4)_{\Sigma_\pi}$;
(e) $(2, -3)_{\Sigma_\pi}$ e $(2, 5)_{\Sigma_\pi}$.

Q7. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3. Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : x - ay + 3z = 5$$

no sistema Σ. Temos que a reta

$$r : X = (-1, 3, 2)_\Sigma + \lambda(4, 1, 3)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

será paralela ao plano π se, e somente se:

(a) $a = 8$;
(b) $a = 13$;
(c) $a = -5$;
(d) $a = 10$;
(e) $a = 6$.

Q8. Considere fixada uma orientação do espaço e sejam $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$ vetores tais que:

$$[\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}] = 4.$$

Temos que $[\vec{v} + \vec{w} + \vec{z}, \vec{w} - \vec{z}, 2\vec{v} + \vec{z}]$ é igual a:

(a) -12;

(b) 12;

(c) 0;

(d) 6;

(e) -6.

Q9. Considere as seguintes afirmações:

(I) se $r, s \subset E^3$ forem retas com vetores diretores $\vec{v}$ e $\vec{w}$, respectivamente, e se $P \in r$ e $Q \in s$ forem tais que $d(P, Q) = d(r, s)$, então $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{v} = 0$ e $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{w} = 0$;

(II) se $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V^3$ for uma tripla linearmente dependente de vetores e se o par $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ for linearmente independente, então existirão $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tais que $\vec{v}_3 = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2$;

(III) para qualquer orientação do espaço e para quaisquer $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, vale que $(\vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 0$.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas a afirmação (I) é verdadeira;

(b) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;

(c) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;

(d) todas as afirmações são verdadeiras;

(e) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Q10. Seja $\mathcal{B}$ uma base ortonormal de V^3 e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, 2, -1)_{\mathcal{B}}, \quad \vec{w} = (1, 4, -2)_{\mathcal{B}} \quad \text{e} \quad \vec{z} = (3, 1, 2)_{\mathcal{B}}.$$

Suponha que $\vec{z} = \vec{z}_1 + \vec{z}_2$, em que o vetor $\vec{z}_1$ é uma combinação linear de $\vec{v}$ e $\vec{w}$ e o vetor $\vec{z}_2$ é ortogonal a $\vec{v}$ e a $\vec{w}$. A soma das coordenadas do vetor $\vec{z}_1$ na base $\mathcal{B}$ é igual a:

(a) -4;

(b) 6;

(c) 3;

(d) -3;

(e) 5.