Q1. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere a reta r dada pela equação vetorial

$$r : X = (1, 1, 0)_\Sigma + \lambda(1, 2, -1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

e a reta s que é igual à interseção dos planos π_1 e π_2 dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : x - y + 3z = 2 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 2x - y + 5z = 5$$

no sistema Σ. Temos que a distância entre r e s é igual a:

(a) $\frac{1}{\sqrt{35}}$;

(b) $\sqrt{35}$;

(c) 6;

(d) $\frac{6}{\sqrt{35}}$;

(e) $\frac{4}{\sqrt{35}}$.

Q2. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π, em que $\mathcal{B}_\pi$ é ortonormal. Considere a elipse em π dada pela equação

$$8x^2 + 9y^2 - 16x - 36y = 28$$

no sistema Σ_π. A distância entre um foco e o centro dessa elipse é igual a:

(a) 1;

(b) $\frac{3}{2}$;

(c) 5;

(d) $\sqrt{6}$;

(e) 4.

Q3. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : 2x + 3y + 6z = 10$$

no sistema Σ. Para qualquer ponto $P = (x, y, z)_\Sigma$, temos que $d(P, \pi) = 2$ se, e somente se, $2x + 3y + 6z$ pertencer ao conjunto:

(a) $\{24\}$;

(b) $\{8, 12\}$;

(c) $\{4, 24\}$;

(d) $\{-88, 108\}$;

(e) $\{-4, 24\}$.

Q4. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : x - 3y + z = 7$$

no sistema Σ e a reta r dada pela equação vetorial:

$$r : X = (-1, 7, 3)_\Sigma + \lambda(1, 2, 4)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Seja s uma reta paralela a π e ortogonal a r. Se $b, c \in \mathbb{R}$ forem tais que $(14, b, c)_\mathcal{B}$ seja um vetor diretor de s, então:

(a) $b = 3$ e $c = -5$;
(b) $b = 6$ e $c = -10$;
(c) $b = -6$ e $c = 10$;
(d) $b = -9$ e $c = 15$;
(e) $b = 1$ e $c = -4$.

Q5. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3. Considere o plano π dado pela equação vetorial:

$$\pi : X = (1, 0, 1)_\Sigma + \lambda(-1, 1, 0)_\mathcal{B} + \mu(2, 2, 1)_\mathcal{B}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Se $b, c, d \in \mathbb{R}$ forem tais que $2x + by + cz = d$ seja uma equação geral para π no sistema Σ, então:

(a) $b = 2$, $c = -8$ e $d = -6$;
(b) $b = 1$, $c = -4$ e $d = -3$;
(c) $b = -1$, $c = 4$ e $d = 6$;
(d) $b = -1$, $c = -5$ e $d = -3$;
(e) $b = -2$, $c = 8$ e $d = 10$.

Q6. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere a reta r dada pela equação vetorial:

$$r : X = (1, 1, 1)_\Sigma + \lambda(-1, 2, 2)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Para qualquer $z \in \mathbb{R}$, temos que a distância do ponto $(0, 0, z)_\Sigma$ à reta r será igual a $\sqrt{2}$ se, e somente se:

(a) $z = 3$;
(b) $z = 1$ ou $z = 3$;
(c) $z = 0$;
(d) $z = 0$ ou $z = -1$;
(e) $z = 0$ ou $z = \frac{6}{5}$.

Q7. Considere as seguintes afirmações:

(I) para quaisquer retas distintas $r, s \subset E^3$, existe um único par ordenado de pontos (P, Q) tal que $P \in r$, $Q \in s$ e tal que $\overrightarrow{PQ}$ seja normal a r e a s;

(II) se $r, s \subset E^3$ forem retas não paralelas, então existirá um único plano $\pi \subset E^3$ tal que $r \subset \pi$ e tal que s seja paralela a π;

(III) se $r, s \subset E^3$ forem retas paralelas, então para todo $P \in r$ valerá que $d(P, s) = d(r, s)$.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(b) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
(c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
(d) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
(e) todas as afirmações são verdadeiras.

Q8. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π, em que $\mathcal{B}_\pi$ é ortonormal. Considere a hipérbole em π dada pela equação

$$-9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y = 68$$

no sistema Σ_π. Assinale a alternativa contendo equações para as retas assíntotas dessa hipérbole no sistema Σ_π:

(a) $y = \frac{2}{3}x$ e $y = -\frac{2}{3}x$;
(b) $3x - 2y = 10$ e $3x + 2y = 14$;
(c) $y = \frac{3}{2}x$ e $y = -\frac{3}{2}x$;
(d) $y = \frac{3}{2}x + 6$ e $y = -\frac{3}{2}x + 6$;
(e) $3x - 2y = 4$ e $3x + 2y = 8$.

Q9. Considere as seguintes afirmações:

(I) se $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \subset E^3$ forem planos e $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ e $\vec{n}_3$ forem vetores não nulos normais respectivamente aos planos π_1, π_2 e π_3, então teremos que a interseção $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$ consistirá de um único ponto se, e somente se, a tripla $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$, $\vec{n}_3$ for linearmente independente;

(II) se $\pi \subset E^3$ for um plano, $\vec{n}$ for um vetor não nulo normal a π e P for um ponto de π, então para qualquer $Q \in E^3$ teremos que $d(Q, \pi) = \left|\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{n}\right|$;

(III) se $\pi \subset E^3$ for um plano, $\vec{n}$ for um vetor não nulo normal a π e P for um ponto de π, então para qualquer $Q \in E^3$ teremos que $Q \in \pi$ se, e somente se, $\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{n} = 0$.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
(b) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
(c) apenas a afirmação (I) é verdadeira;
(d) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(e) todas as afirmações são verdadeiras.

Q10. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3, em que $\mathcal{B}$ é uma base ortonormal de V^3. Considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : x - y + 2z = 3$$

no sistema Σ e a reta r dada pela equação simétrica

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$$

no sistema Σ. Seja s a reta normal a π que passa pelo ponto que está na interseção entre r e π. Se $b, c \in \mathbb{R}$ forem tais que o ponto $(6, b, c)_\Sigma$ esteja em s, então $b + c$ será igual a:

(a) -4;
(b) 5;
(c) -3;
(d) 6;
(e) 3.