

Q1. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π , em que \mathcal{B}_π é ortonormal. Considere a hipérbole em π dada pela equação

$$-9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y = 68$$

no sistema Σ_π . Assinale a alternativa contendo equações para as retas assíntotas dessa hipérbole no sistema Σ_π :

- (a) $y = \frac{3}{2}x$ e $y = -\frac{3}{2}x$;
- (b) $3x - 2y = 10$ e $3x + 2y = 14$;
- (c) $y = \frac{3}{2}x + 6$ e $y = -\frac{3}{2}x + 6$;
- (d) $y = \frac{2}{3}x$ e $y = -\frac{2}{3}x$;
- (e) $3x - 2y = 4$ e $3x + 2y = 8$.

Q2. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere a reta r dada pela equação vetorial:

$$r : X = (1, 1, 1)_\Sigma + \lambda(-1, 2, 2)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Para qualquer $z \in \mathbb{R}$, temos que a distância do ponto $(0, 0, z)_\Sigma$ à reta r será igual a $\sqrt{2}$ se, e somente se:

- (a) $z = 1$ ou $z = 3$;
- (b) $z = 0$;
- (c) $z = 0$ ou $z = -1$;
- (d) $z = 0$ ou $z = \frac{6}{5}$;
- (e) $z = 3$.

Q3. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : 2x + 3y + 6z = 10$$

no sistema Σ . Para qualquer ponto $P = (x, y, z)_\Sigma$, temos que $d(P, \pi) = 2$ se, e somente se, $2x + 3y + 6z$ pertencer ao conjunto:

- (a) $\{-88, 108\}$;
- (b) $\{24\}$;
- (c) $\{4, 24\}$;
- (d) $\{-4, 24\}$;
- (e) $\{8, 12\}$.

Q4. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer retas distintas $r, s \subset E^3$, existe um único par ordenado de pontos (P, Q) tal que $P \in r$, $Q \in s$ e tal que \overrightarrow{PQ} seja normal a r e a s ;
- (II) se $r, s \subset E^3$ forem retas não paralelas, então existirá um único plano $\pi \subset E^3$ tal que $r \subset \pi$ e tal que s seja paralela a π ;
- (III) se $r, s \subset E^3$ forem retas paralelas, então para todo $P \in r$ valerá que $d(P, s) = d(r, s)$.

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (b) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (d) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (e) todas as afirmações são verdadeiras.

Q5. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : x - y + 2z = 3$$

no sistema Σ e a reta r dada pela equação simétrica

$$r : \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 1}{3} = z$$

no sistema Σ . Seja s a reta normal a π que passa pelo ponto que está na interseção entre r e π . Se $b, c \in \mathbb{R}$ forem tais que o ponto $(6, b, c)_{\Sigma}$ esteja em s , então $b + c$ será igual a:

- (a) -4 ;
- (b) -3 ;
- (c) 3 ;
- (d) 6 ;
- (e) 5 .

Q6. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π , em que \mathcal{B}_π é ortonormal. Considere a elipse em π dada pela equação

$$8x^2 + 9y^2 - 16x - 36y = 28$$

no sistema Σ_π . A distância entre um foco e o centro dessa elipse é igual a:

- (a) $\frac{3}{2}$;
- (b) 4;
- (c) 1;
- (d) $\sqrt{6}$;
- (e) 5.

Q7. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere o plano π dado pela equação geral

$$\pi : x - 3y + z = 7$$

no sistema Σ e a reta r dada pela equação vetorial:

$$r : X = (-1, 7, 3)_\Sigma + \lambda(1, 2, 4)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Seja s uma reta paralela a π e ortogonal a r . Se $b, c \in \mathbb{R}$ forem tais que $(14, b, c)_\mathcal{B}$ seja um vetor diretor de s , então:

- (a) $b = -9$ e $c = 15$;
- (b) $b = 1$ e $c = -4$;
- (c) $b = 3$ e $c = -5$;
- (d) $b = 6$ e $c = -10$;
- (e) $b = -6$ e $c = 10$.

Q8. Considere as seguintes afirmações:

- (I) se $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \subset E^3$ forem planos e \vec{n}_1, \vec{n}_2 e \vec{n}_3 forem vetores não nulos normais respectivamente aos planos π_1, π_2 e π_3 , então teremos que a interseção $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$ consistirá de um único ponto se, e somente se, a tripla $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$ for linearmente independente;
- (II) se $\pi \subset E^3$ for um plano, \vec{n} for um vetor não nulo normal a π e P for um ponto de π , então para qualquer $Q \in E^3$ teremos que $d(Q, \pi) = |\vec{PQ} \cdot \vec{n}|$;
- (III) se $\pi \subset E^3$ for um plano, \vec{n} for um vetor não nulo normal a π e P for um ponto de π , então para qualquer $Q \in E^3$ teremos que $Q \in \pi$ se, e somente se, $\vec{PQ} \cdot \vec{n} = 0$.

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas a afirmação (I) é verdadeira;
- (b) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (d) todas as afirmações são verdadeiras;
- (e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Q9. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 . Considere o plano π dado pela equação vetorial:

$$\pi : X = (1, 0, 1)_{\Sigma} + \lambda(-1, 1, 0)_{\mathcal{B}} + \mu(2, 2, 1)_{\mathcal{B}}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Se $b, c, d \in \mathbb{R}$ forem tais que $2x + by + cz = d$ seja uma equação geral para π no sistema Σ , então:

- (a) $b = -1, c = -5$ e $d = -3$;
- (b) $b = -1, c = 4$ e $d = 6$;
- (c) $b = 2, c = -8$ e $d = -6$;
- (d) $b = 1, c = -4$ e $d = -3$;
- (e) $b = -2, c = 8$ e $d = 10$.

Q10. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere a reta r dada pela equação vetorial

$$r : X = (1, 1, 0)_\Sigma + \lambda(1, 2, -1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

e a reta s que é igual à interseção dos planos π_1 e π_2 dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : x - y + 3z = 2 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 2x - y + 5z = 5$$

no sistema Σ . Temos que a distância entre r e s é igual a:

- (a) $\frac{6}{\sqrt{35}}$;
- (b) $\frac{4}{\sqrt{35}}$;
- (c) $\frac{1}{\sqrt{35}}$;
- (d) 6;
- (e) $\sqrt{35}$.