

**Q1.** Sejam  $\pi \subset E^3$  um plano e  $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$  um sistema de coordenadas em  $\pi$ , em que  $\mathcal{B}_\pi$  é ortonormal. Considere a hipérbole em  $\pi$  dada pela equação

$$-9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y = 68$$

no sistema  $\Sigma_\pi$ . Assinale a alternativa contendo equações para as retas assíntotas dessa hipérbole no sistema  $\Sigma_\pi$ :

- (a)  $y = \frac{3}{2}x$  e  $y = -\frac{3}{2}x$ ;
- (b)  $3x - 2y = 10$  e  $3x + 2y = 14$ ;
- (c)  $y = \frac{3}{2}x + 6$  e  $y = -\frac{3}{2}x + 6$ ;
- (d)  $y = \frac{2}{3}x$  e  $y = -\frac{2}{3}x$ ;
- (e)  $3x - 2y = 4$  e  $3x + 2y = 8$ .

**Q2.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere a reta  $r$  dada pela equação vetorial:

$$r : X = (1, 1, 1)_\Sigma + \lambda(-1, 2, 2)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Para qualquer  $z \in \mathbb{R}$ , temos que a distância do ponto  $(0, 0, z)_\Sigma$  à reta  $r$  será igual a  $\sqrt{2}$  se, e somente se:

- (a)  $z = 1$  ou  $z = 3$ ;
- (b)  $z = 0$ ;
- (c)  $z = 0$  ou  $z = -1$ ;
- (d)  $z = 0$  ou  $z = \frac{6}{5}$ ;
- (e)  $z = 3$ .

**Q3.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere o plano  $\pi$  dado pela equação geral

$$\pi : 2x + 3y + 6z = 10$$

no sistema  $\Sigma$ . Para qualquer ponto  $P = (x, y, z)_\Sigma$ , temos que  $d(P, \pi) = 2$  se, e somente se,  $2x + 3y + 6z$  pertencer ao conjunto:

- (a)  $\{-88, 108\}$ ;
- (b)  $\{24\}$ ;
- (c)  $\{4, 24\}$ ;
- (d)  $\{-4, 24\}$ ;
- (e)  $\{8, 12\}$ .

**Q4.** Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer retas distintas  $r, s \subset E^3$ , existe um único par ordenado de pontos  $(P, Q)$  tal que  $P \in r$ ,  $Q \in s$  e tal que  $\overrightarrow{PQ}$  seja normal a  $r$  e a  $s$ ;
- (II) se  $r, s \subset E^3$  forem retas não paralelas, então existirá um único plano  $\pi \subset E^3$  tal que  $r \subset \pi$  e tal que  $s$  seja paralela a  $\pi$ ;
- (III) se  $r, s \subset E^3$  forem retas paralelas, então para todo  $P \in r$  valerá que  $d(P, s) = d(r, s)$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (b) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (d) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (e) todas as afirmações são verdadeiras.

**Q5.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere o plano  $\pi$  dado pela equação geral

$$\pi : x - y + 2z = 3$$

no sistema  $\Sigma$  e a reta  $r$  dada pela equação simétrica

$$r : \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 1}{3} = z$$

no sistema  $\Sigma$ . Seja  $s$  a reta normal a  $\pi$  que passa pelo ponto que está na interseção entre  $r$  e  $\pi$ . Se  $b, c \in \mathbb{R}$  forem tais que o ponto  $(6, b, c)_\Sigma$  esteja em  $s$ , então  $b + c$  será igual a:

- (a)  $-4$ ;
- (b)  $-3$ ;
- (c)  $3$ ;
- (d)  $6$ ;
- (e)  $5$ .

**Q6.** Sejam  $\pi \subset E^3$  um plano e  $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$  um sistema de coordenadas em  $\pi$ , em que  $\mathcal{B}_\pi$  é ortonormal. Considere a elipse em  $\pi$  dada pela equação

$$8x^2 + 9y^2 - 16x - 36y = 28$$

no sistema  $\Sigma_\pi$ . A distância entre um foco e o centro dessa elipse é igual a:

- (a)  $\frac{3}{2}$ ;
- (b) 4;
- (c) 1;
- (d)  $\sqrt{6}$ ;
- (e) 5.

**Q7.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere o plano  $\pi$  dado pela equação geral

$$\pi : x - 3y + z = 7$$

no sistema  $\Sigma$  e a reta  $r$  dada pela equação vetorial:

$$r : X = (-1, 7, 3)_\Sigma + \lambda(1, 2, 4)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Seja  $s$  uma reta paralela a  $\pi$  e ortogonal a  $r$ . Se  $b, c \in \mathbb{R}$  forem tais que  $(14, b, c)_\mathcal{B}$  seja um vetor diretor de  $s$ , então:

- (a)  $b = -9$  e  $c = 15$ ;
- (b)  $b = 1$  e  $c = -4$ ;
- (c)  $b = 3$  e  $c = -5$ ;
- (d)  $b = 6$  e  $c = -10$ ;
- (e)  $b = -6$  e  $c = 10$ .

**Q8.** Considere as seguintes afirmações:

- (I) se  $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \subset E^3$  forem planos e  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  e  $\vec{n}_3$  forem vetores não nulos normais respectivamente aos planos  $\pi_1, \pi_2$  e  $\pi_3$ , então teremos que a interseção  $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$  consistirá de um único ponto se, e somente se, a tripla  $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$  for linearmente independente;
- (II) se  $\pi \subset E^3$  for um plano,  $\vec{n}$  for um vetor não nulo normal a  $\pi$  e  $P$  for um ponto de  $\pi$ , então para qualquer  $Q \in E^3$  teremos que  $d(Q, \pi) = |\vec{PQ} \cdot \vec{n}|$ ;
- (III) se  $\pi \subset E^3$  for um plano,  $\vec{n}$  for um vetor não nulo normal a  $\pi$  e  $P$  for um ponto de  $\pi$ , então para qualquer  $Q \in E^3$  teremos que  $Q \in \pi$  se, e somente se,  $\vec{PQ} \cdot \vec{n} = 0$ .

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas a afirmação (I) é verdadeira;
- (b) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (d) todas as afirmações são verdadeiras;
- (e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

**Q9.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ . Considere o plano  $\pi$  dado pela equação vetorial:

$$\pi : X = (1, 0, 1)_{\Sigma} + \lambda(-1, 1, 0)_{\mathcal{B}} + \mu(2, 2, 1)_{\mathcal{B}}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Se  $b, c, d \in \mathbb{R}$  forem tais que  $2x + by + cz = d$  seja uma equação geral para  $\pi$  no sistema  $\Sigma$ , então:

- (a)  $b = -1, c = -5$  e  $d = -3$ ;
- (b)  $b = -1, c = 4$  e  $d = 6$ ;
- (c)  $b = 2, c = -8$  e  $d = -6$ ;
- (d)  $b = 1, c = -4$  e  $d = -3$ ;
- (e)  $b = -2, c = 8$  e  $d = 10$ .

**Q10.** Seja  $\Sigma = (O, \mathcal{B})$  um sistema de coordenadas em  $E^3$ , em que  $\mathcal{B}$  é uma base ortonormal de  $V^3$ . Considere a reta  $r$  dada pela equação vetorial

$$r : X = (1, 1, 0)_\Sigma + \lambda(1, 2, -1)_\mathcal{B}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

e a reta  $s$  que é igual à interseção dos planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$  dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : x - y + 3z = 2 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 2x - y + 5z = 5$$

no sistema  $\Sigma$ . Temos que a distância entre  $r$  e  $s$  é igual a:

- (a)  $\frac{6}{\sqrt{35}}$ ;
- (b)  $\frac{4}{\sqrt{35}}$ ;
- (c)  $\frac{1}{\sqrt{35}}$ ;
- (d) 6;
- (e)  $\sqrt{35}$ .