Q1. Seja $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ uma base de V^3 e considere a base $\mathcal{C}$ de V^3 dada por:

$$\mathcal{C} = \{\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{e}_2 + \vec{e}_3\}.$$

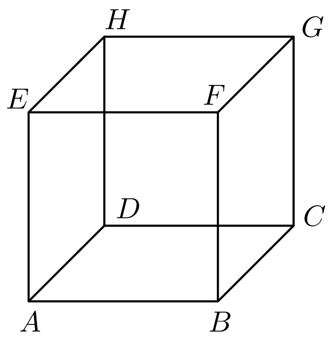
Se $\vec{v} = (2, 1, 3)_{\mathcal{B}}$ e se $a, b, c \in \mathbb{R}$ forem tais que $[\vec{v}]_{\mathcal{C}} = (a, b, c)$, então $a+b+c$ será igual a:

(a) 1;
(b) 0;
(c) -1;
(d) 3;
(e) 5.

Q2. Seja $\mathcal{B}$ uma base de V^3 e sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que os vetores $(2, 1, 3)_{\mathcal{B}}$ e $(a, 3, b)_{\mathcal{B}}$ serão linearmente dependentes se, e somente se:

(a) $a = 1$ e $b = 1$;
(b) $a = 0$ e $b = 1$;
(c) $a = 6$ e $b = 9$;
(d) $a = 6$ e $b = 6$;
(e) $a = 2$ e $b = 3$.

Q3. Considere no espaço E^3 um cubo cujos vértices são A, B, C, D, E, F, G, H, em que $ABCD$, $ADHE$ e $ABFE$ são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Considere a base $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AE}\}$ de V^3. Se P for o ponto de encontro das diagonais da face $ADHE$, então $[\overrightarrow{AP}]_{\mathcal{B}}$ será igual a:

(a) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$;
(b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$;
(c) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$;
(d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$;
(e) $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$.

Q4. Considere as seguintes afirmações:

(I) para quaisquer $O, A, B, C \in E^3$, se os pontos A, B e C forem colineares, então a tripla de vetores $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ será linearmente dependente;

(II) para quaisquer $O, A, B, C \in E^3$, se a tripla de vetores $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ for linearmente dependente, então os pontos A, B e C serão colineares;

(III) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, se o par $\vec{v}$, $\vec{w}$ for linearmente dependente e se $\vec{v} \neq \vec{0}$, então existirá um escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{w} = \lambda\vec{v}$.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(b) todas as afirmações são verdadeiras;
(c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
(d) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
(e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Q5. Seja $\mathcal{B}$ uma base de V^3 e seja $a \in \mathbb{R}$. Temos que a tripla de vetores

$$(a,1,1)_{\mathcal{B}}, \quad (1,a,1)_{\mathcal{B}}, \quad (1,0,1)_{\mathcal{B}}$$

será linearmente independente se, e somente se:

(a) $a \neq 0$;
(b) $a \neq 0$ ou $a \neq 1$;
(c) $a \neq 0$ e $a \neq 1$;
(d) $a = 0$ ou $a = 1$;
(e) $a \neq 1$.

Q6. Seja $\mathcal{B}$ uma base de V^3 e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1,1,-1)_{\mathcal{B}} \quad \text{e} \quad \vec{w} = (-1,2,1)_{\mathcal{B}}.$$

Dado $a \in \mathbb{R}$, temos que o vetor $(a,a,1)_{\mathcal{B}}$ será uma combinação linear de $\vec{v}$ e $\vec{w}$ se, e somente se:

(a) $a \neq -1$;
(b) $a = 2$;
(c) $a = 0$;
(d) $a = 1$ ou $a = -1$;
(e) $a = -1$.

Q7. Considere as seguintes afirmações:

(I) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$, se a tripla $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{z}$ for linearmente dependente, então ou o par $\vec{v}$, $\vec{w}$ será linearmente dependente, ou o par $\vec{v}$, $\vec{z}$ será linearmente dependente ou o par $\vec{w}$, $\vec{z}$ será linearmente dependente;

(II) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$, se a tripla $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{z}$ for linearmente dependente, então a tripla $\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{v}+\vec{z}$, $\vec{w}+\vec{z}$ será linearmente dependente;

(III) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, se o par $\vec{v}$, $\vec{w}$ for linearmente independente, então o par $\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{v}-\vec{w}$ será linearmente independente.

Assinale a alternativa correta:

(a) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;
(b) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
(c) todas as afirmações são verdadeiras;
(d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
(e) apenas a afirmação (III) é verdadeira.

Q8. Sejam $A, B, C \in E^3$ pontos não colineares. Denote por M o ponto médio do segmento BC, por N o ponto do segmento AC tal que

$$d(A,N) = \frac{1}{3} d(A,C)$$

e por X o ponto de encontro dos segmentos AM e BN. Se

$$\lambda = \frac{d(A,X)}{d(A,M)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{d(B,X)}{d(B,N)},$$

então:

(a) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{3}{4}$;
(b) $\lambda = \frac{1}{4}$ e $\mu = \frac{3}{4}$;
(c) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{1}{3}$;
(d) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{1}{4}$;
(e) $\lambda = \mu = \frac{2}{3}$.

Q9. Sejam $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ bases de V^3 e suponha que a matriz de mudança de base $M_{\mathcal{BC}}$ seja dada por:

$$M_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $M_{\mathcal{CB}}$ é igual a:

(a) -1;
(b) $\frac{1}{2}$;
(c) 2;
(d) $\frac{1}{4}$;
(e) 1.

Q10. Sejam $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ bases de V^3 e considere a matriz de mudança de base $M_{\mathcal{BC}}$, isto é, a matriz $M_{\mathcal{BC}}$ tem em suas colunas as coordenadas na base $\mathcal{B}$ dos vetores da base $\mathcal{C}$. Suponha que:

$$M_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Dados $x, y, z, x', y', z' \in \mathbb{R}$, se $\vec{v} = (x, y, z)_{\mathcal{C}}$ e $\vec{v} = (x', y', z')_{\mathcal{B}}$, então $x' + y' + z'$ será igual a:

(a) $\frac{4}{9}x + \frac{1}{6}y + \frac{1}{18}z$;
(b) $4x + 6y + 4z$;
(c) $x + y + z$;
(d) $5x + 2y + 7z$;
(e) $\frac{1}{3}(y + z)$.