

Q1. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$, se a tripla $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}$ for linearmente dependente, então ou o par \vec{v}, \vec{w} será linearmente dependente, ou o par \vec{v}, \vec{z} será linearmente dependente ou o par \vec{w}, \vec{z} será linearmente dependente;
- (II) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z} \in V^3$, se a tripla $\vec{v}, \vec{w}, \vec{z}$ for linearmente dependente, então a tripla $\vec{v} + \vec{w}, \vec{v} + \vec{z}, \vec{w} + \vec{z}$ será linearmente dependente;
- (III) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, se o par \vec{v}, \vec{w} for linearmente independente, então o par $\vec{v} + \vec{w}, \vec{v} - \vec{w}$ será linearmente independente.

Assinale a alternativa correta:

- (a) todas as afirmações são verdadeiras;
- (b) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (c) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (d) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (e) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Q2. Seja \mathcal{B} uma base de V^3 e seja $a \in \mathbb{R}$. Temos que a tripla de vetores

$$(a, 1, 1)_{\mathcal{B}}, \quad (1, a, 1)_{\mathcal{B}}, \quad (1, 0, 1)_{\mathcal{B}}$$

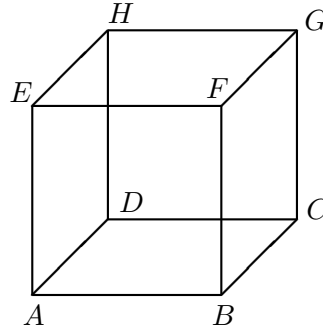
será linearmente independente se, e somente se:

- (a) $a \neq 0$ ou $a \neq 1$;
- (b) $a \neq 0$;
- (c) $a \neq 0$ e $a \neq 1$;
- (d) $a \neq 1$;
- (e) $a = 0$ ou $a = 1$.

Q3. Seja \mathcal{B} uma base de V^3 e sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Temos que os vetores $(2, 1, 3)_{\mathcal{B}}$ e $(a, 3, b)_{\mathcal{B}}$ serão linearmente dependentes se, e somente se:

- (a) $a = 1$ e $b = 1$;
- (b) $a = 2$ e $b = 3$;
- (c) $a = 6$ e $b = 9$;
- (d) $a = 0$ e $b = 1$;
- (e) $a = 6$ e $b = 6$.

Q4. Considere no espaço E^3 um cubo cujos vértices são A, B, C, D, E, F, G, H , em que $ABCD, ADHE$ e $ABFE$ são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Considere a base $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AE}\}$ de V^3 . Se P for o ponto de encontro das diagonais da face $ADHE$, então $[\overrightarrow{AP}]_{\mathcal{B}}$ será igual a:

- (a) $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$;
- (b) $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$;
- (c) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$;
- (d) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$;
- (e) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

Q5. Sejam \mathcal{B} e \mathcal{C} bases de V^3 e considere a matriz de mudança de base $M_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$, isto é, a matriz $M_{\mathcal{B}\mathcal{C}}$ tem em suas colunas as coordenadas na base \mathcal{B} dos vetores da base \mathcal{C} . Suponha que:

$$M_{\mathcal{B}\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Dados $x, y, z, x', y', z' \in \mathbb{R}$, se $\vec{v} = (x, y, z)_{\mathcal{C}}$ e $\vec{v} = (x', y', z')_{\mathcal{B}}$, então $x' + y' + z'$ será igual a:

- (a) $x + y + z$;
- (b) $5x + 2y + 7z$;
- (c) $\frac{1}{3}(y + z)$;
- (d) $4x + 6y + 4z$;
- (e) $\frac{4}{9}x + \frac{1}{6}y + \frac{1}{18}z$.

Q6. Sejam $A, B, C \in E^3$ pontos não colineares. Denote por M o ponto médio do segmento BC , por N o ponto do segmento AC tal que

$$d(A, N) = \frac{1}{3}d(A, C)$$

e por X o ponto de encontro dos segmentos AM e BN . Se

$$\lambda = \frac{d(A, X)}{d(A, M)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{d(B, X)}{d(B, N)},$$

então:

- (a) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{3}{4}$;
- (b) $\lambda = \frac{1}{4}$ e $\mu = \frac{3}{4}$;
- (c) $\lambda = \mu = \frac{2}{3}$;
- (d) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{1}{3}$;
- (e) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{1}{4}$.

Q7. Seja $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ uma base de V^3 e considere a base \mathcal{C} de V^3 dada por:

$$\mathcal{C} = \{\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{e}_2 + \vec{e}_3\}.$$

Se $\vec{v} = (2, 1, 3)_{\mathcal{B}}$ e se $a, b, c \in \mathbb{R}$ forem tais que $[\vec{v}]_{\mathcal{C}} = (a, b, c)$, então $a + b + c$ será igual a:

- (a) 0;
- (b) 1;
- (c) 5;
- (d) 3;
- (e) -1.

Q8. Sejam \mathcal{B} e \mathcal{C} bases de V^3 e suponha que a matriz de mudança de base $M_{\mathcal{BC}}$ seja dada por:

$$M_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Temos que o determinante da matriz $M_{\mathcal{CB}}$ é igual a:

- (a) 2;
- (b) 1;
- (c) $\frac{1}{2}$;
- (d) -1;
- (e) $\frac{1}{4}$.

Q9. Considere as seguintes afirmações:

- (I) para quaisquer $O, A, B, C \in E^3$, se os pontos A, B e C forem colineares, então a tripla de vetores $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ será linearmente dependente;
- (II) para quaisquer $O, A, B, C \in E^3$, se a tripla de vetores $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ for linearmente dependente, então os pontos A, B e C serão colineares;
- (III) para quaisquer vetores $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, se o par \vec{v}, \vec{w} for linearmente dependente e se $\vec{v} \neq \vec{0}$, então existirá um escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{w} = \lambda\vec{v}$.

Assinale a alternativa correta:

- (a) todas as afirmações são verdadeiras;
- (b) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (c) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras;
- (d) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (e) apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras.

Q10. Seja \mathcal{B} uma base de V^3 e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, 1, -1)_{\mathcal{B}} \quad \text{e} \quad \vec{w} = (-1, 2, 1)_{\mathcal{B}}.$$

Dado $a \in \mathbb{R}$, temos que o vetor $(a, a, 1)_{\mathcal{B}}$ será uma combinação linear de \vec{v} e \vec{w} se, e somente se:

- (a) $a \neq -1$;
- (b) $a = 2$;
- (c) $a = -1$;
- (d) $a = 0$;
- (e) $a = 1$ ou $a = -1$.