Quinta Lista

MAT0311 – Cálculo Diferencial e Integral V

Prof. Daniel Victor Tausk
14/09/2013

Exercício 1. Sejam (M, d) um espaço métrico e N um subconjunto de M. Dado um subconjunto A de N, mostre que:

$$\mathrm{int}^M(A) = \mathrm{int}^N(A) \cap \mathrm{int}^M(N),$$

onde $\mathrm{int}^M(S)$ denota o interior de um subconjunto S de M no espaço métrico (M, d) e $\mathrm{int}^N(S)$ denota o interior de um subconjunto S de N no espaço métrico $(N, d|_{N\times N})$.

Exercício 2. Sejam (M, d) um espaço métrico e N um subconjunto de M. Dado um subconjunto A de N, mostre que:

$$\overline{A}^N = \overline{A}^M \cap N,$$

onde $\overline{A}^M$ denota o fecho de A no espaço métrico (M, d) e $\overline{A}^N$ denota o fecho de A no espaço métrico $(N, d|_{N\times N})$.

Exercício 3. Sejam (M, d) um espaço métrico e N um subconjunto de M. Dado um subconjunto A de N, mostre que:

$$\partial^N A \subset N \cap \partial^M A,$$

onde $\partial^M A$ denota a fronteira de A no espaço métrico M e $\partial^N A$ denota a fronteira de A no espaço métrico $(N, d|_{N\times N})$. Mostre, através de um exemplo, que a igualdade $\partial^N A = N \cap \partial^M A$ pode não valer.

Exercício 4. Sejam (M, d) um espaço métrico, N um subconjunto de M e $x \in N$. Mostre que um conjunto V é uma vizinhança de x no espaço métrico $(N, d|_{N\times N})$ se e somente se $V = \widetilde{V} \cap N$, para alguma vizinhança $\widetilde{V}$ de x no espaço métrico (M, d).