Quarta Lista – Complemento

MAT0206 – Análise Real
MAP0216 – Introdução à Análise Real

Prof. Daniel Victor Tausk
24/04/2012

Exercício 6. Dado $c \in \mathbb{R}$, mostre que a seqüência constante e igual a c (isto é, a seqüência $(x_n)_{n\geq 1}$ tal que $x_n = c$, para todo $n \in \mathbb{N}^*$) converge para c.

Exercício 7 (teorema do confronto)**.** Sejam $(x_n)_{n\geq 1}$, $(y_n)_{n\geq 1}$, $(z_n)_{n\geq 1}$ seqüências de números reais tais que:

$$x_n \leq z_n \leq y_n,$$

para todo $n \in \mathbb{N}^*$. Mostre que se $(x_n)_{n\geq 1}$ e $(y_n)_{n\geq 1}$ convergem para um certo $L \in \mathbb{R}$ então $(z_n)_{n\geq 1}$ também converge para L.

Exercício 8. Seja $(x_n)_{n\geq 1}$ uma seqüência de números reais que converge para um certo $L \in \mathbb{R}$. Mostre que:

$$\lim_{n\to+\infty} |x_n| = |L|.$$

Mostre também que para $L = 0$ vale a recíproca, isto é, se $\lim_{n\to+\infty} |x_n| = 0$ então $\lim_{n\to+\infty} x_n = 0$. Dê um exemplo que mostre que a recíproca não vale para $L \neq 0$.

Exercício 9. Seja $(x_n)_{n\geq 1}$ uma seqüência de números reais não negativos que converge para um certo $L \in \mathbb{R}$. (Por um resultado visto em aula, temos então que $L \geq 0$.) Mostre que:

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{L}.$$

(Sugestão: pode ser uma boa idéia tratar separadamente os casos $L = 0$ e $L > 0$.)

Exercício 10. Sejam $(x_n)_{n\geq 1}$ uma seqüência de números reais que converge para um certo $L \in \mathbb{R}$ e $(y_n)_{n\geq 1}$ uma seqüência de números reais que converge para um certo $M \in \mathbb{R}$. Mostre que se $L < M$ então existe $n_0 \in \mathbb{N}^*$ tal que $x_n < y_n$ para todo $n \geq n_0$.