

Terceira Lista – Complemento
MAT0206 – Análise Real
MAP0216 – Introdução à Análise Real

Prof. Daniel Victor Tausk
31/03/2012

Exercício 6. Seja $(A_i)_{i \in I}$ uma família¹ de conjuntos. Mostre que se I é enumerável e A_i é enumerável para todo $i \in I$ então a união $\bigcup_{i \in I} A_i$ é enumerável.

Exercício 7.

- (a) Mostre que se A, B são conjuntos enumeráveis então o produto cartesiano $A \times B$ é enumerável;
- (b) mostre que se A_1, \dots, A_n são conjuntos enumeráveis então o produto cartesiano $\prod_{i=1}^n A_i = A_1 \times \dots \times A_n$ é enumerável.

Exercício 8. Seja $(A_n)_{n \geq 1}$ uma seqüência de conjuntos. Mostre que se A_n tem pelo menos dois elementos para todo n então o produto cartesiano $\prod_{n=1}^{\infty} A_n$ não é enumerável. (Sugestão: lembre-se do argumento diagonal de Cantor.)

¹*Família* é uma generalização de seqüência em que o conjunto de índices não precisa ser o conjunto dos naturais. A definição é simplesmente a seguinte: uma família $(A_i)_{i \in I}$ é uma função cujo domínio é I . O valor no ponto $i \in I$ dessa função é denotado por A_i .