Terceira Lista

MAT0122 – Álgebra Linear I

Prof. Daniel Victor Tausk

20/03/2014

Exercício 1. Considere os vetores:

$$u_1 = (1, 0, 2, 1, 1), \quad u_2 = (1, 1, 2, 2, 1), \quad u_3 = (3, 1, 4, 3, 2).$$

Verifique que esses vetores são linearmente independentes e encontre uma base de $\mathbb{R}^5$ que contenha o conjunto $\{u_1, u_2, u_3\}$.

Exercício 2. Seja $c \in \mathbb{R}$ e considere os polinômios:

$$p_1(x) = 1 - x^2 + x^3, \quad p_2(x) = cx + x^2, \quad p_3(x) = 2 - x^3,$$
$$p_4(x) = 1 + x^3, \quad p_5(x) = c + 2 + x^2 - x^3.$$

Determine os valores de c para os quais $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ gera $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$.

Exercício 3. Considere os vetores:

$$u_1 = (1, 0, 1), \quad u_2 = (1, 1, 1), \quad u_3 = (3, 2, 3),$$
$$u_4 = (2, 1, 2), \quad u_5 = (0, 1, 0).$$

Determine uma base do espaço $[u_1, u_2, u_3, u_4, u_5]$ que esteja contida em $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$.

Exercício 4. Seja $c \in \mathbb{R}$ e considere as matrizes:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ c & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & c \end{pmatrix}.$$

Determine, em função de c, a dimensão do subespaço de $M_{2\times 3}(\mathbb{R})$ gerado por $\{A_1, A_2, A_3\}$.

Solução do Exercício 1. Para verificar que os vetores são linearmente independentes, basta escalonar a matriz que possui esses vetores em suas linhas e observar que a matriz escalonada não possui linha nula. Uma possível base de $\mathbb{R}^5$ que contém $\{u_1, u_2, u_3\}$ é:

$$\big\{u_1, u_2, u_3, (0,0,0,1,0), (0,0,0,0,1)\big\}.$$

Solução do Exercício 2. $c \neq 0$.

Solução do Exercício 3. Uma possível base é $\{u_1, u_2\}$.

Solução do Exercício 4. A dimensão de $[A_1, A_2, A_3]$ é igual a 2, para $c = 1$, e é igual a 3, para $c \neq 1$.