

## Terceira Lista

### MAT0121 – Cálculo Diferencial e Integral II

Prof. Daniel Victor Tausk

25/08/2018

**Exercício 1.** Calcule a derivada das funções  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas nos itens abaixo.

(a)  $F(x) = \int_2^x \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ ;

(b)  $F(x) = \int_{-x}^{e^x} \cos(t^2) dt$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ ;

(c)  $F(x) = e^x \int_0^{x^2} \frac{1}{1 + \operatorname{sen}^4 t} dt$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ ;

(d)  $F(x) = \int_0^x \operatorname{sen}(t^2 + x) dt$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

**Exercício 2.** Decida em cada um dos itens abaixo se a integral imprópria dada é convergente ou divergente.

(a)  $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - 7x + 12)^3}{(x^2 + x + 1)^4} dx$ ;

(b)  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ ;

(c)  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^p x} dx$ , com  $p \in \mathbb{R}$  fixado;

(d)  $\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{2^{(x^2)}} dx$ ;

(e)  $\int_0^1 \frac{1}{\operatorname{sen}^p x} dx$ , com  $p \in \mathbb{R}$  fixado;

(f)  $\int_1^2 \frac{e^x}{\sqrt{-x^2 + 3x - 2}} dx$ ;

(g)  $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x^p} dx$ , com  $p > 0$  fixado;

(h)  $\int_0^{+\infty} \operatorname{sen}(x^2) dx$ .

### Respostas

**Exercício 1.** (a)  $F'(x) = \frac{\text{sen } x}{x}$ , se  $x \neq 0$  e  $F'(0) = 1$ ;

(b)  $F'(x) = e^x \cos(e^{2x}) + \cos(x^2)$ ;

(c)  $F'(x) = e^x \left( \frac{2x}{1 + \text{sen}^4(x^2)} + \int_0^{x^2} \frac{1}{1 + \text{sen}^4 t} dt \right)$ ;

(d)  $F'(x) = -(\text{sen } x) \int_0^x \text{sen}(t^2) dt + \cos x \text{sen}(x^2)$   
 $+ (\cos x) \int_0^x \cos(t^2) dt + \text{sen } x \cos(x^2)$   
 $= \text{sen}(x + x^2) + \int_0^x \cos(t^2 + x) dt.$

**Exercício 2.** (a) convergente; (b) divergente;

(c) convergente se, e somente se,  $p > 1$ ; (d) convergente;

(e) convergente se, e somente se,  $p < 1$ ; (f) convergente;

(g) convergente; (h) convergente.